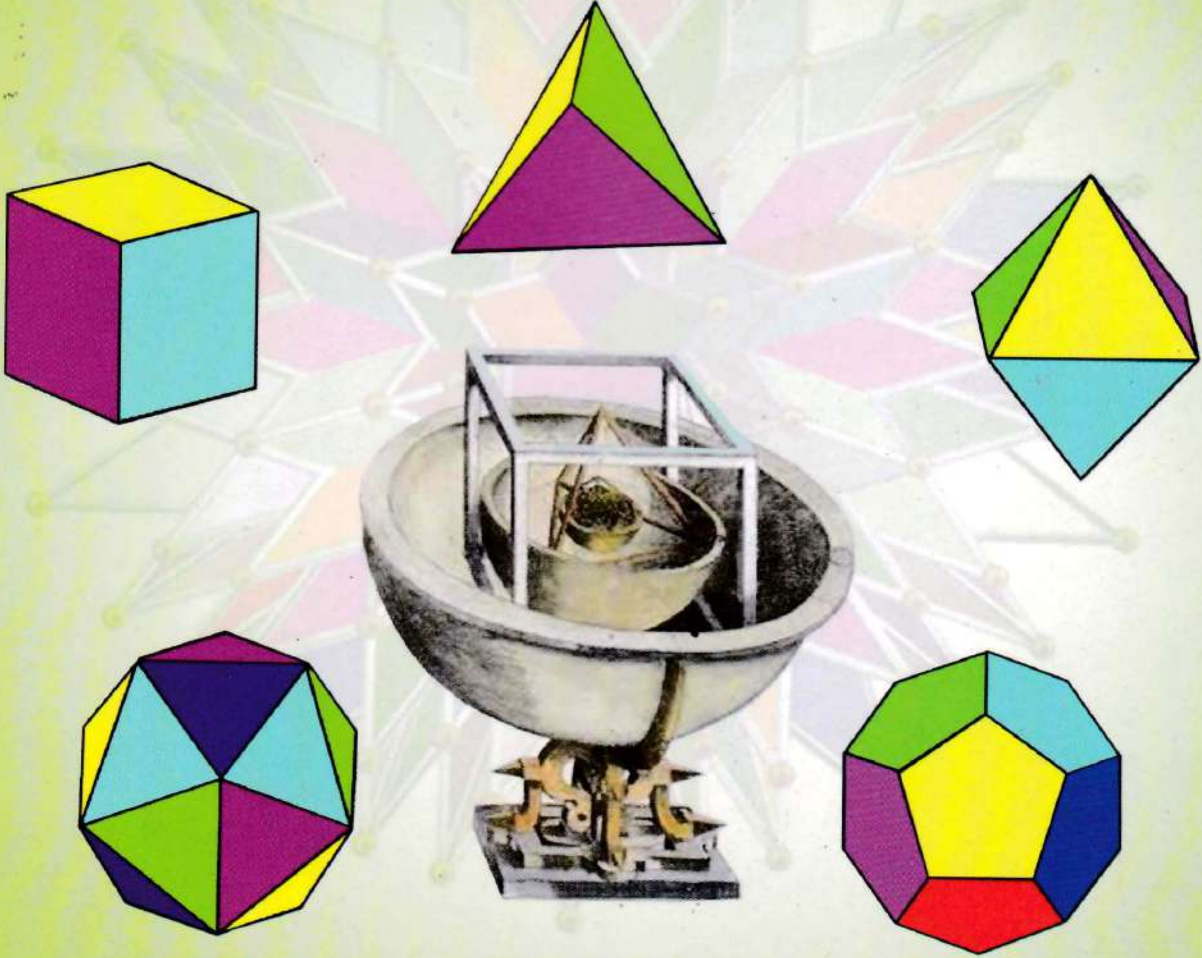


ವಿ. ಎಸ್. ಎಸ್. ಶಾಸ್ತ್ರಿ



ನೀವೇ ಮಾಡಿ ಪ್ಲೇಟೋನ ಘನಾಕಾರಗಳು



DO IT YOURSELF PLATONIC SOLIDS

V.S.S. SASTRY



ವಿ. ಎಸ್. ಎಸ್. ಶಾಸ್ತ್ರಿ

ನೀವೇ ಮಾಡಿ ಪ್ಲೇಟೋನ ಘನಾಕಾರಗಳು

DO - IT - YOURSELF **PLATONIC SOLIDS**

V. S. S. Sastry



ನವಕರ್ನಾಟಕ ಪ್ರಕಾಶನ

NEEVE MAADI : PLATONA GHANAAKAARAGALU (A bilingual book in Kannada and English)
DO - IT - YOURSELF : PLATONIC SOLIDS
by V. S. S. Sastry, in the series 'Ganita Samvatsara 2012' (National Year of Mathematics - 2012)

Fourth Print : 2021 Pages : 36 Price : ₹ 65
Paper : 80 gsm Maplitho 15.5 Kg (¼ Crown Size)

ಮೊದಲನೇ ಮುದ್ರಣ : 2013
ಮರುಮುದ್ರಣಗಳು : 2015, 2017
ನಾಲ್ಕನೇ ಮುದ್ರಣ : 2021

ಬೆಲೆ : ₹ 65

ಮುಖಪುಟ : ನವಕರ್ನಾಟಕ ವಿನ್ಯಾಸ
ಒಳಚಿತ್ರಗಳು : ಶ್ರವಣ್ ಬಿ. ಕಶ್ಯಪ್

ಪ್ರಕಾಶಕರು
ನವಕರ್ನಾಟಕ ಪಬ್ಲಿಕೇಷನ್ಸ್ ಪ್ರೈವೇಟ್ ಲಿಮಿಟೆಡ್
ಎಂಬೆಸಿ ಸೆಂಟರ್, ಕ್ರೆಸೆಂಟ್ ರಸ್ತೆ, ಬೆಂಗಳೂರು – 560 001
ದೂರವಾಣಿ : 080–22161900 / 22161901 / 22161902

ಶಾಖೆಗಳು/ಮಳಿಗೆಗಳು
ನವಕರ್ನಾಟಕ, ಕ್ರೆಸೆಂಟ್ ರಸ್ತೆ, ಬೆಂಗಳೂರು – 560 001, ದೂರವಾಣಿ : 080–22161913/14, Email : nkpsales@gmail.com
ನವಕರ್ನಾಟಕ, ಕೆಂಪೇಗೌಡ ರಸ್ತೆ, ಬೆಂಗಳೂರು – 560 009, ದೂರವಾಣಿ : 080–22203106, Email : nkpkgr@gmail.com
ನವಕರ್ನಾಟಕ, ಕೆ.ಎಸ್.ರಾವ್ ರಸ್ತೆ, ಮಂಗಳೂರು – 575 001, ದೂರವಾಣಿ : 0824–2441016, Email : nkpmng@gmail.com
ನವಕರ್ನಾಟಕ, ಬಲ್ಮಠ, ಮಂಗಳೂರು – 575 001, ದೂರವಾಣಿ : 0824–2425161, Email : nkpbalmatta@gmail.com
ನವಕರ್ನಾಟಕ, ರಾಮಸ್ವಾಮಿ ವೃತ್ತ, ಮೈಸೂರು–570 024, ದೂರವಾಣಿ : 0821–2424094, Email : nkpmysuru@gmail.com
ನವಕರ್ನಾಟಕ, ಸ್ಟೇಷನ್ ರಸ್ತೆ, ಕಲಬುರಗಿ – 585 102, ದೂರವಾಣಿ : 08472–224302, Email : nkpglb@gmail.com

ಮುದ್ರಕರು : ಎಸ್. ಆರ್. ಎಸ್. ಎಂಟರ್‌ಪ್ರೈಸಸ್, ಬೆಂಗಳೂರು – 560 079

0412215913 **ISBN 978-81-8467-367-8**

Published by Navakarnataka Publications Private Limited, Embassy Centre Crescent Road, Bengaluru - 560 001 (INDIA). Email : navakarnataka@gmail.com

ಗಣಿತ ಸಂವತ್ಸರ ೨೦೧೨

ಸಂಪಾದಕ ಮಂಡಲಿ

ಸಂಪಾದಕರ ನುಡಿ

ವಿಶ್ವವಿಖ್ಯಾತ ಗಣಿತ ಪ್ರತಿಭೆ ಶ್ರೀನಿವಾಸ ರಾಮಾನುಜನ್‌ರ 125ನೇ ಜನ್ಮವರ್ಷವಾದ 2012ನೇ ಇಸವಿಯನ್ನು ಭಾರತ ಸರ್ಕಾರವು **'ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಗಣಿತ ವರ್ಷ'** ಎಂದು ಘೋಷಿಸಿರುವುದು ಸ್ತುತ್ಯರ್ಹ.

ಈ ಪರ್ವ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ನಮ್ಮ ರಾಜ್ಯದಾದ್ಯಂತ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗಾಗಿ, ಅಧ್ಯಾಪಕರಿಗಾಗಿ ಹಾಗೂ ಗಣಿತಾಭಿಮಾನಿ ಸಾರ್ವಜನಿಕರಿಗಾಗಿ ಗಣಿತದ ವಿವಿಧ ಪ್ರಕಾರಗಳಲ್ಲಿ ಮಹತ್ವದ ಮತ್ತು ಸ್ವಾರಸ್ಯಮಯ ವಿಷಯಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಹಾಗೂ ಪ್ರಸಿದ್ಧ ಗಣಿತಜ್ಞರ ಬಗ್ಗೆ ಕೆಲವು ಕೃತಿಗಳನ್ನು ಹೊರತರಬೇಕೆಂದು ನಿರ್ಧರಿಸಿ ನವಕರ್ನಾಟಕ ಪ್ರಕಾಶನ ಸಂಸ್ಥೆಯು ಯೋಜನೆಯೊಂದನ್ನು ಸಿದ್ಧಪಡಿಸುವಂತೆ ಈ ಸಂಪಾದಕ ಮಂಡಲಿಗೆ ತಿಳಿಸಿತು. ಅದರಂತೆ ಮಂಡಲಿಯು ತಜ್ಞ ಲೇಖಕರನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ ಕನ್ನಡದಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ಉಪಯುಕ್ತ ಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವಂತೆಯೂ ಇನ್ನು ಕೆಲವನ್ನು ಆಂಗ್ಲಭಾಷೆಯಿಂದ ಅನುವಾದಿಸುವಂತೆಯೂ ಏರ್ಪಾಡು ಮಾಡಿತು. ಈ ಪ್ರಯತ್ನದ ಫಲವಾಗಿ **ವಿಶ್ವದ ಪ್ರಸಿದ್ಧ ಮಹಿಳಾ ಗಣಿತಜ್ಞರು, ಮಾಯಾಚೌಕಗಳ ಸ್ವಾರಸ್ಯ , ಭಾರತದಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿ ಮತ್ತು ರೇಖಾಗಣಿತ, ಕ್ಯಾಲೆಂಡರ್‌ನೊಂದಿಗೆ ಸಂಖ್ಯಾವಿನೋದ, ಸಂಖ್ಯಾಲೋಕದಲ್ಲಿ ಅಲೆದಾಟ, ಏನು ? ಗಣಿತ ಅಂದ್ರಾ ?, ಮನರಂಜನೆಗಾಗಿ ಬೀಜಗಣಿತ, ನೀವೇ ಮಾಡಿ : ಪ್ಲೇಟೋನ ಘನಾಕಾರಗಳು, ಒರಿಗಾಮಿ ಮೂಲಕ ಗಣಿತ** ಮುಂತಾದ ಹೊತ್ತಿಗೆಗಳು ಈಗ ಪ್ರಕಟವಾಗುತ್ತಿವೆ. ಹಾಗೆಯೇ, ಖ್ಯಾತ ಗಣಿತ ಮತ್ತು ವಿಜ್ಞಾನ ಲೇಖಕರಾಗಿದ್ದ ಜಿ. ಟಿ. ನಾರಾಯಣರಾಯರ **ಶ್ರೀನಿವಾಸ ರಾಮಾನುಜನ್ : ಜೀವನ ಮತ್ತು ಸಾಧನೆ** ಎಂಬ ಕೃತಿಯನ್ನು ಈ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಪ್ರಕಟಿಸಲು ಸಂತೋಷವಾಗುತ್ತದೆ. ನಮ್ಮ ಕನ್ನಡ ನಾಡಿನ ಓದುಗರಲ್ಲಿ ಗಣಿತವಿಜ್ಞಾನದಲ್ಲಿ ವಿಶೇಷವಾದ ಆಸಕ್ತಿ, ಕುತೂಹಲ ಮತ್ತು ಸ್ಫೂರ್ತಿ ಉಂಟುಮಾಡುವ ಈ ಕೈಂಕರ್ಯದಲ್ಲಿ ಬಹಳ ಶ್ರದ್ಧೆಯಿಂದ ಭಾಗವಹಿಸಿರುವ ನವಕರ್ನಾಟಕ ಪಬ್ಲಿಕೇಷನ್ಸ್ ಪ್ರೈವೆಟ್ ಲಿಮಿಟೆಡ್ ಸಂಸ್ಥೆಯವರಿಗೆ ನಮ್ಮ ಸಂಪಾದಕ ಮಂಡಲಿಯ ಅಭಿನಂದನೆಗಳು.

ಸಂಪಾದಕ ಮಂಡಲಿ

ಪ್ರಕಾಶಕರ ನುಡಿ

ಕನ್ನಡದಲ್ಲಿ ಇಂದು ವಿಜ್ಞಾನ ಸಾಹಿತ್ಯ ಸ್ವಲ್ಪಮಟ್ಟಿಗೆ ಲಭ್ಯವಿದೆಯಾದರೂ ಗಣಿತ ಶಾಸ್ತ್ರದ ಕುರಿತ ಕೃತಿಗಳು ತೀರಾ ವಿರಳವೆಂದೇ ಹೇಳಬಹುದು. ಇಂತಹ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ 2012ನೇ ಇಸವಿಯನ್ನು ಭಾರತ ಸರ್ಕಾರ 'ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಗಣಿತ ವರ್ಷ' ಎಂದು ಘೋಷಿಸಿರುವುದು ಕನ್ನಡದಲ್ಲಿ ಗಣಿತ ಪುಸ್ತಕಗಳ ಕೊರತೆಯ ಬಗ್ಗೆ ನಮ್ಮನ್ನು ಎಚ್ಚರಿಸಿ ಕಾರ್ಯೋನ್ಮುಖರಾಗುವಂತೆ ಪ್ರೇರೇಪಿಸಿದೆ.

ಈ ಕುರಿತು ಗಣಿತ ಮತ್ತು ಖಗೋಳ ವಿಜ್ಞಾನ ಕೃತಿಗಳ ಲೇಖಕರಾಗಿ ಖ್ಯಾತರಾಗಿರುವ ಡಾ॥ ಎಸ್. ಬಾಲಚಂದ್ರ ರಾವ್ ಅವರೊಡನೆ ಚರ್ಚಿಸಿ, ನಾಲ್ಕು ಸದಸ್ಯರ ಸಂಪಾದಕ ಮಂಡಲಿಯನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಪ್ರಕಟಣೆಗಳ ರೂಪುರೇಷೆಗಳನ್ನು ಹಾಕಿಕೊಂಡು 'ಗಣಿತ ಸಂವತ್ಸರ – ೨೦೧೨' ಮಾಲೆಯಡಿ ಕೆಲವು ಉಪಯುಕ್ತ ಕೃತಿಗಳನ್ನು ಹೊರತರುವುದಾಗಿ ನಿರ್ಧರಿಸಲಾಯಿತು.

ಮಾಲೆಯ ಮೊದಲ ಪುಸ್ತಕವು ಶ್ರೀನಿವಾಸ ರಾಮಾನುಜನ್ ಅವರ ಜೀವನ – ಸಾಧನೆಗಳನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸುತ್ತದೆ. ವಿಶ್ವದ ಖ್ಯಾತ ಗಣಿತಜ್ಞೆಯರ ಕುರಿತಾದ ಪುಸ್ತಕವು ಈ ಮಾಲೆಯಲ್ಲಿದೆ. ಇನ್ನುಳಿದವು ಗಣಿತದ ವಿವಿಧ ಆಯಾಮಗಳನ್ನು ತಿಳಿಸಿಕೊಡುತ್ತ ಜ್ಞಾನದ ಜೊತೆಗೆ ಮನೋಲ್ಲಾಸ ನೀಡುವಂಥವು. ಗಣಿತದ ಮೋಡಿಗಾರರೆಂದು ವಿಖ್ಯಾತರಾಗಿದ್ದ ರಷ್ಯದ ಯಾಕೊವ್ ಪೆರೆಲ್ಮನ್ ಹಾಗೂ ಪ್ರಸಿದ್ಧ ಗಣಿತ ಸಂವಹನಕಾರರಾಗಿದ್ದ ಚೆನ್ನೈಯಲ್ಲಿನ ಪಿ. ಕೆ. ಶ್ರೀನಿವಾಸನ್ ಅವರ ಪುಸ್ತಕಗಳ ಅನುವಾದಗಳೂ ಇದರಲ್ಲಿ ಸೇರಿವೆ.

ಯಾವತ್ತೂ ವಿಜ್ಞಾನದ ಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನು ಪ್ರಕಟಿಸುವಲ್ಲಿ ಮುಂಚೂಣಿಯಲ್ಲಿರುವ ನಮ್ಮ ಪ್ರಕಾಶನದ ಈ ಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನು ಓದುಗರು ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸುವರೆಂಬ ನಂಬಿಕೆ ನಮಗಿದೆ. ಕೃತಿಗಳನ್ನು ಓದಿ, ಒಪ್ಪ ಓರಣಗೊಳಿಸಿದ ಸಂಪಾದಕ ಮಂಡಳಿಯ ಸದಸ್ಯರಿಗೂ, ಕೃತಿ ರಚನೆ ಮಾಡಿದ ಲೇಖಕರಿಗೂ ಹಾಗೂ ಮೂಲ ಕೃತಿಗಳಿಂದ ಕನ್ನಡಕ್ಕೆ ತಂದ ಅನುವಾದಕರಿಗೂ ನಮ್ಮ ಕೃತಜ್ಞತೆಗಳು ಸಲ್ಲುತ್ತವೆ. ಮುಖಪುಟ ಹಾಗೂ ಒಳಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿದ ಕಲಾವಿದರಿಗೂ, ಸಹಕರಿಸಿದ ಎಲ್ಲರಿಗೂ ವಂದನೆಗಳು.

ಆರ್. ಎಸ್. ರಾಜಾರಾಮ್
ನವಕರ್ನಾಟಕ ಪ್ರಕಾಶನ

ನವಕರ್ನಾಟಕ ಪ್ರಕಾಶನ

ಗಣಿತ ಸಂವತ್ಸರ ಮಾಲೆ

ವಿಶ್ವದ ಪ್ರಸಿದ್ಧ ಮಹಿಳಾ ಗಣಿತಜ್ಞರು	*ಡಾ|| ಪದ್ಮಾವತಮ್ಮ*
ಶ್ರೀನಿವಾಸ ರಾಮಾನುಜನ್ : ಜೀವನ ಮತ್ತು ಸಾಧನೆ	*ಜಿ. ಟಿ. ನಾರಾಯಣ ರಾವ್*
ಏನು ? ಗಣಿತ ಅಂದ್ರಾ ?	*ಡಾ|| ಬಿ. ಎಸ್. ಶೈಲಜಾ*
ಮನರಂಜನೆಗಾಗಿ ಬೀಜಗಣಿತ	*ಯಾಕೊವ್ ಪೆರೆಲ್ಮನ್ (ಅನು : ಅಡ್ಡೂರು ಕೃಷ್ಣ ರಾವ್)*
ಕ್ಯಾಲೆಂಡರ್‌ನೊಂದಿಗೆ ಸಂಖ್ಯಾವಿನೋದ	*ಪಿ. ಕೆ. ಶ್ರೀನಿವಾಸನ್ (ಅನು : ಎಸ್. ಪ್ರವೀಣ)*
ಸಂಖ್ಯಾಲೋಕದಲ್ಲಿ ಅಲೆದಾಟ	*ಪಿ. ಕೆ. ಶ್ರೀನಿವಾಸನ್ (ಅನು : ಎಂ. ಜೆ. ರಾಜೀವ ಗೌಡ)*
ಮಾಯಾಚೌಕಗಳ ಸ್ವಾರಸ್ಯ	*ಡಾ|| ಎಸ್. ಬಾಲಚಂದ್ರ ರಾವ್ ಎಮ್. ಶೈಲಜಾ, ವಿ. ವನಜಾ*
ಭಾರತದಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿ ಮತ್ತು ರೇಖಾಗಣಿತ	*ಡಾ|| ಎಸ್. ಬಾಲಚಂದ್ರ ರಾವ್ ಎಮ್. ಶೈಲಜಾ, ವಿ. ವನಜಾ*
ನೀವೇ ಮಾಡಿ : ಪ್ಲೇಟೋನ ಘನಾಕಾರಗಳು Do It Yourself : Platonic Solids (ಕನ್ನಡ ಮತ್ತು ಇಂಗ್ಲಿಷ್ ಪಠ್ಯಗಳೊಂದಿಗೆ)	*ವಿ. ಎಸ್. ಎಸ್. ಶಾಸ್ತ್ರಿ*
ಒರಿಗಾಮಿ ಮೂಲಕ ಗಣಿತ	*ವಿ. ಎಸ್. ಎಸ್. ಶಾಸ್ತ್ರಿ*

ಪ್ಲೇಟೋನ ಘನಾಕಾರಗಳು



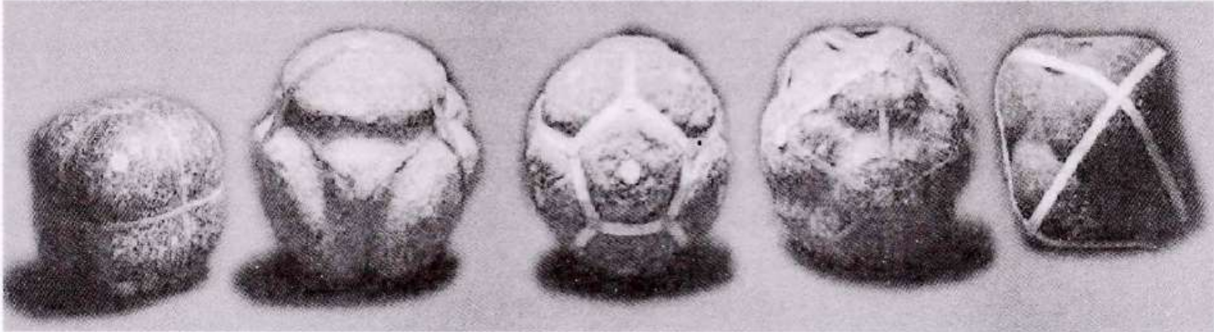
ಚಿತ್ರ 1

ಪ್ರಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ನಾವು ಕಾಣುವ ಘನಾಕಾರಗಳ ವೈವಿಧ್ಯ ಬೆರಗುಗೊಳಿಸುವಂತಹುದು. ಕಲ್ಲು, ದಿಮ್ಮಿ, ಬಂಡೆ – ಹೀಗೆ ಅವ್ಯವಸ್ಥಿತ ಆಕಾರಗಳ ನಡುವೆ ಘನ, ವಜ್ರ, ಹರಳು – ಹೀಗೆ ವ್ಯವಸ್ಥಿತ ಆಕಾರಗಳೂ ಬಹಳಷ್ಟು ಕಾಣುತ್ತವೆ. ರೇಖಾಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಇವುಗಳ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನೂ ಕಲಿಯುತ್ತೇವೆ. ಅಂಚುಗಳ ಉದ್ದಗಳು ಸಮವಾಗಿರುವ ಘನಾಕೃತಿಗಳಿಗೆ ಒಟ್ಟಾಗಿ ಪ್ಲೇಟೋನ ಘನಾಕಾರಗಳು ಎಂದೇ ಹೆಸರು. ಪ್ಲೇಟೋ ಎಂಬ ಗ್ರೀಕ್ ದಾರ್ಶನಿಕ ಕ್ರಿ. ಪೂ. 360ರಲ್ಲಿಯೇ ಈ ಆಕೃತಿಗಳ ಕುರಿತು ಗ್ರಂಥ ರಚಿಸಿದ್ದನಾದರೂ ಅದಕ್ಕೂ ಮುಂಚೆಯೇ ಅಂದರೆ ಈಗ್ಗೆ ಆರು ಸಾವಿರ ವರ್ಷಗಳಷ್ಟು ಹಿಂದಿನ ಕಾಲದಲ್ಲಿಯೇ ಈ ಬಗ್ಗೆ ತಿಳುವಳಿಕೆ ಇತ್ತು.



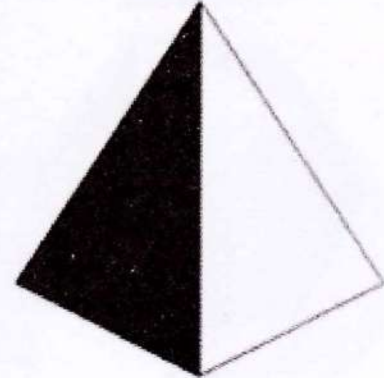
ಚಿತ್ರ 2

ಸ್ಕಾಟ್‌ಲ್ಯಾಂಡಿನಲ್ಲಿ ಅಬರ್ಡೀನ್‌ಶೈರ್ ಎಂಬ ಪ್ರದೇಶವಿದೆ. ಇಲ್ಲಿ ಸುಮಾರು 80 ಕಿ.ಮೀ. ವ್ಯಾಸದಷ್ಟು ಪ್ರದೇಶದಲ್ಲಿ ಆದಿಮಾನವ ಕಾಲದ ನುಣ್ಣಗಿನ ಕಲ್ಲುಗಳು ದೊರೆತವು. ಇವು ಸುಮಾರು 3 ಇಂಚು ವ್ಯಾಸದ ಸಣ್ಣ ಕಲ್ಲುಗಳು. ಈ ಕಲ್ಲುಗಳನ್ನು ಅನೇಕ ಬಗೆಯ ಶಿಲೆಗಳಿಂದ ಕೆತ್ತಿದ್ದಾರೆ. ಒಂದು ಕಲ್ಲಿನ ಸುತ್ತ ಎದ್ದು ನಿಲ್ಲುವ ಗುಬಟುಗಳಂತೆ ಕೆತ್ತನೆಗಳು ಕಾಣುತ್ತವೆ.

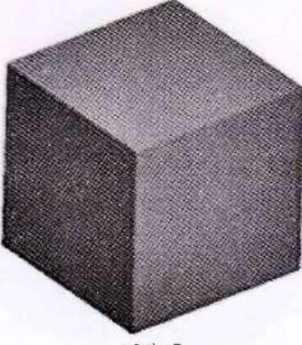


ಚಿತ್ರ 3

1860ರಲ್ಲಿ ಟೋವಿ (Towie) ಎಂಬ ಸ್ಥಳದಲ್ಲಿ ದೊರೆತ ಕಲ್ಲು ಅಪೂರ್ವವಾದುದು. ಡೇವಿಡ್ ಡಗ್ಲಾಸ್ ಎಂಬ ಪುರಾತತ್ವ ತಜ್ಞನು ಇದರ ಚಿತ್ರವನ್ನು 1883ರಲ್ಲೇ ಪ್ರಕಟಿಸಿದ. ಇದರ ಕಾಲ ಕ್ರಿ. ಪೂ. 2500 ಎಂದೂ ಅವನು ಸಾಧಿಸಿದ. ಇದೇ ಬಗೆಯ ಆದರೆ ವಿವಿಧ ಆಕಾರದ ಗುಂಡುಕಲ್ಲುಗಳು ಅಬರ್ಡೀನ್ ಸುತ್ತಮುತ್ತ ಸಿಕ್ಕಿವೆ. ಇವುಗಳನ್ನು ಗಣಿತಜ್ಞರೂ ಗಮನಿಸಿದರು. ಅವರಿಗಾದ ಆಶ್ಚರ್ಯವೇನೆಂದರೆ, ಇವು (ಚಿತ್ರ 1, ಚಿತ್ರ 2, ಚಿತ್ರ 3)–



ಚಿತ್ರ 4


ಚಿತ್ರ 5

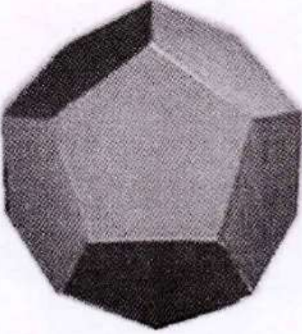
ಎ) ಒಂದು ಗುಂಡಾದ ಆಕಾರದ ಕಲ್ಲಿನ ಮೇಲೆ ಕೊರೆದ ವಿವಿಧ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಚಕ್ರಾಕಾರದ ಗುಬಟುಗಳು.

ಬಿ) ಗುಬಟುಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿಕೊಂಡು ಚಿತ್ರ ಬರೆದರೆ ಇವು ಪ್ಲೇಟೋನ ಘನಾಕಾರಗಳನ್ನು ಹೋಲುತ್ತಿದ್ದವು.

ಸಿ) ಪ್ಲೇಟೋನ ಘನಾಕಾರಗಳಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಮುಖಗಳಿವೆಯೋ ಅಷ್ಟೇ ಚಕ್ರಾಕಾರದ ಗುಬಟುಗಳು ಒಂದು ಚೆಂಡಿನ ಸುತ್ತ ಕೊರೆದಂತೆ ಇದ್ದವು.

ಖಂಡಿತವಾಗಿಯೂ ಇವು ಮಾನವ ನಿರ್ಮಿತವೇ. ಇದನ್ನು ತಯಾರಿಸಿದ ಮಾನವರು ಸುಮಾರು 4500ರಿಂದ 6000 ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ಅಬರ್ಡೀನ್ ಪ್ರದೇಶದಲ್ಲಿ ವಾಸಿಸುತ್ತಿದ್ದರು.

ಪ್ಲೇಟೋನ ಘನಾಕಾರಗಳು


ಚಿತ್ರ 6

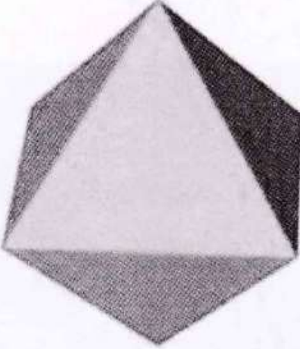
2500 ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ಗ್ರೀಕ್ ತತ್ವಜ್ಞಾನಿ ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಮೊದಲ ಬಾರಿ ಮೂರು ನಿಯತ ಘನಾಕಾರಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಬರೆದ. ಮೂರು ಘನಾಕಾರಗಳೆಂದರೆ : ಚತುರ್ಮುಖಘನ – Tetrahedron (ಚಿತ್ರ 4)

ಷಣ್ಮುಖಘನ – Cube (ಚಿತ್ರ 5)

ದ್ವಾದಶಘನ – Dodecahedron (ಚಿತ್ರ 6)

ಇವನ ಬಳಿಕ ಥೀಯೋಟೇಟಿಸ್ ಎಂಬ ಗಣಿತಜ್ಞನು ಅಷ್ಟಮುಖಘನ – Octohedron (ಚಿತ್ರ 7) ಮತ್ತು

– ವಿಂಶತಿಮುಖಿಘನ – Icosohedron (ಚಿತ್ರ 8)ಗಳನ್ನು ಆವಿಷ್ಕರಿಸಿದನು.


ಚಿತ್ರ 7

ಪ್ಲೇಟೋನ ಸಮಕಾಲೀನನಾದ ಇವನು, ಈ ಐದು ಘನಾಕಾರಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಗಣಿತೀಯ ಅಧ್ಯಯನ ನಡೆಸಿದನು. ಮತ್ತು ಈ ಘನಾಕಾರಗಳಲ್ಲದೆ, ಒಂದೇ ಅಳತೆಯ ಅಂಚುಗಳುಳ್ಳ ಇನ್ನಾವ ಆಕಾರಗಳು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲವೆಂದು ಸಾಧಿಸಿ ತೋರಿಸಿದನು.

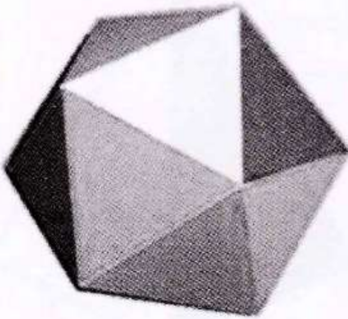
ಪ್ಲೇಟೋ ಮುಖ್ಯವಾಗಿ ತತ್ವಶಾಸ್ತ್ರಜ್ಞ, ಅವನು ವಿಶ್ವದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ನೀಡಿದ. ಅಲ್ಲದೆ ಈ 4 ಘನಾಕಾರಗಳು ವಿಶ್ವದ ರಚನೆಗೆ ಮೂಲ ಎಂದು ಪ್ರತಿಪಾದಿಸಿದ. ವಿಶ್ವದ ನಿರ್ಮಾಣಕ್ಕೆ 4 ಮೂಲ ಧಾತುಗಳಿವೆಯೆಂದೂ, ಅವು ಪೃಥ್ವಿ, ವಾಯು, ಜಲ ಮತ್ತು ಅಗ್ನಿಗಳೆಂದೂ ಹೇಳಿದ. ಇದಕ್ಕೆ ಘನಾಕಾರಗಳನ್ನು ಈ ರೀತಿ ಜೋಡಿಸಿದ.

ಪೃಥ್ವಿ – ಷಣ್ಮುಖಘನ

ವಾಯು – ಅಷ್ಟಮುಖಿಘನ

ಜಲ – ವಿಂಶತಿಮುಖಿಘನ

ಅಗ್ನಿ – ಚತುರ್ಮುಖಿಘನ


ಚಿತ್ರ 8

ಅವನು ಯಾವ ತರ್ಕದಿಂದ ಈ ಜೋಡಣೆ ಮಾಡಿದನೆಂಬುದನ್ನು ಇತರ ಗ್ರೀಕ್ ತತ್ವಜ್ಞಾನಿಗಳು ಈ ಬಗೆಯಲ್ಲಿ ವಿವರಿಸುತ್ತಿದ್ದರು.

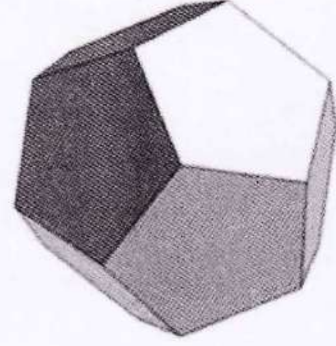
ಅಗ್ನಿ – ಚತುರ್ಮುಖ ಘನವು ಚೂಪಾಗಿ ಮೇಲ್ಮುಖವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಅಗ್ನಿಯೂ ತನ್ನ ನಾಲಗೆಯನ್ನು ಮೇಲ್ಮುಖಕ್ಕೆ ಚಾಚುತ್ತದೆ.

ವಾಯು – ಅಷ್ಟಮುಖಿಘನದ ಮೇಲ್ಮೈ ನುಣುಪಾಗಿರುತ್ತದೆ, ಕೈಯಿಟ್ಟರೆ ಜಾರುವಂತೆ. ಗಾಳಿಯೂ ಅಷ್ಟೇ ನುಣುಪು, ಕೈಯಲ್ಲಿ ಹಿಡಿಯಲಾಗದು.

ಜಲ – ವಿಂಶತಿಮುಖಿಯನ್ನು ಕೈಯಲ್ಲಿ ಹಿಡಿದರೆ ಜಾರುವುದು – ನೀರಿನಂತೆ

ಪೃಥ್ವಿ – ಈ ಎಲ್ಲಾ ಘನಾಕಾರಗಳಿಗಿಂತ ಭಿನ್ನವಾಗಿ ಷಣ್ಮುಖ ಘನವಿದೆ. ಅದು ಜಾರುವುದೂ ಇಲ್ಲ, ಮೇಲ್ಮುಖವಾಗಿಯೂ ನೋಡುವುದಿಲ್ಲ. ಹಾಗಾಗಿ ಇದು ಭೂಮಿಯಂತೆ ಇಟ್ಟಲ್ಲಿಯೇ ಇರುತ್ತದೆ.

ಅರಿಸ್ಟಾಟಲ್, ಐದನೆಯ ಧಾತುವನ್ನು "ಆಕಾಶ"(Ether) ಎಂದು ಕರೆದ, ಇದರಿಂದಲೇ ಆಕಾಶಕಾಯಗಳು ಮಾಡಲ್ಪಟ್ಟಿವೆ ಎಂದ. ಅದಕ್ಕೆ ದ್ವಾದಶ ಮುಖಿಯನ್ನು ಜೋಡಿಸಿದ. (ಚಿತ್ರ 9)


ಚಿತ್ರ 9

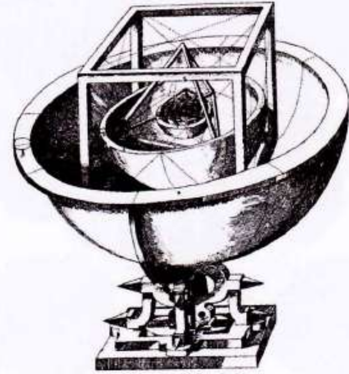
ಯೂಕ್ಲಿಡ್ ತನ್ನ Elements ಎಂಬ ಗಣಿತ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಕೊನೆಯ ಅಂಕದ 13 – 17ನೇ ಹೇಳಿಕೆಗಳನ್ನು ಘನಾಕಾರಗಳಿಗಾಗಿಯೇ ಮೀಸಲಿರಿಸಿದ್ದಾನೆ. ಈ ಐದೂ ಘನಾಕಾರಗಳನ್ನು ಆವರಿಸಿರುವಂತೆ ಇರುವ ಗೋಳದ ವ್ಯಾಸಕ್ಕೂ, ಪ್ರತಿಘನದ ಬಾಹುವಿಗೂ ಅನುಪಾತವನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕುತ್ತಾನೆ.

ಜೋಹಾನೆಸ್ ಕೆಪ್ಲರ್ 16ನೇ ಶತಮಾನ (1596 AD) : (ಚಿತ್ರ 10)


ಚಿತ್ರ 10

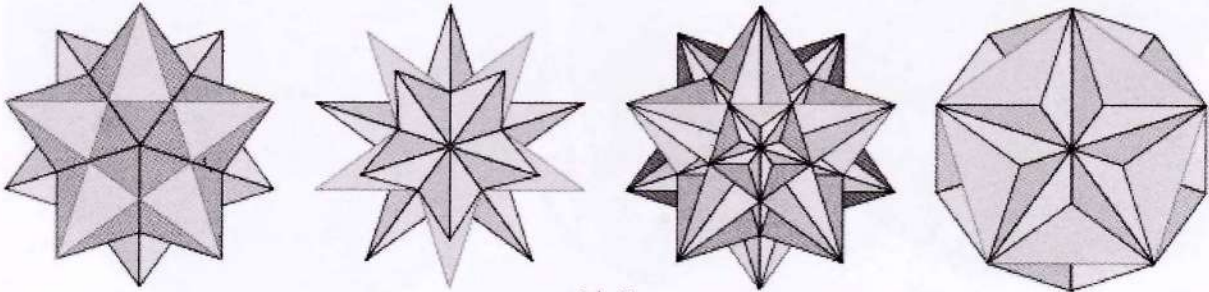
ಇವನು ಪ್ರಸಿದ್ಧ ಖಗೋಳಜ್ಞ, ಟೆಲಿಸ್ಕೋಪ್ ಇಲ್ಲದ ಅಂದಿನ ಕಾಲದಲ್ಲಿ ಸೌರವ್ಯೂಹದಲ್ಲಿ ಆರು ಗ್ರಹಗಳು ಮಾತ್ರ ಇವೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯಲಾಗಿತ್ತು. ಎಲ್ಲಾ ಗ್ರಹಗಳ ಪರಿಭ್ರಮಣಾವಧಿಗಳನ್ನು ಕರಾರುವಾಕ್ಕಾಗಿ ಲೆಕ್ಕಹಾಕಲಾಗುತ್ತಿತ್ತು. ಕೆಪ್ಲರನು ಈ ಐದೂ ಘನಾಕಾರಗಳಿಗೂ ಖಗೋಳದ ಗ್ರಹಗಳಿಗೂ ಸಂಬಂಧ ಕಲ್ಪಿಸಿದ. ಅವನು ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಂಡ ಸೌರವ್ಯೂಹದಲ್ಲಿ ಗ್ರಹಗಳ ಪರಿಭ್ರಮಣ ವೃತ್ತಗಳ ನಡುವೆ ಈ ಘನಾಕಾರಗಳು ಜೋಡಿಸಿದ್ದವು. (ಚಿತ್ರ 11)

ಅವನು ಬುಧ, ಶುಕ್ರ, ಭೂಮಿ, ಮಂಗಳ, ಗುರು ಮತ್ತು ಶನಿಗ್ರಹಗಳಿಗೆ ಅಷ್ಟಮುಖಿ, ವಿಂಶತಿಮುಖಿ, ದ್ವಾದಶಮುಖಿ, ಚತುರ್ಮುಖಿ, ಮತ್ತು ಷಣ್ಮುಖ ಘನಗಳಿಗೆ ತಾಳೆ ಹಾಕಿದ. ಹೀಗೆ ಗ್ರಹಗಳು ತಮ್ಮ ಪರಿಭ್ರಮಣ ಅವಧಿಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧವಿರಿಸಿಕೊಂಡಿದೆಯೆಂದು ಕೆಪ್ಲರ್ ಯೋಚಿಸಿದ. ಖಗೋಳ ಚರಿತ್ರೆಯಲ್ಲಿ ಇದೊಂದು ಪ್ರಮುಖ ಮೈಲಿಗಲ್ಲು. ಆದರೆ ಕೆಪ್ಲರ್‌ನ ಊಹೆ ಚಾರಿತ್ರಿಕ ಸತ್ಯವಷ್ಟೇ. ಕೆಪ್ಲರ್‌ನು ತನ್ನವೇ ಆದ ವಿಶೇಷ ಘನಾಕಾರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದಿದ್ದಾನೆ. (ಚಿತ್ರ 12)


ಚಿತ್ರ 11

ಲಿಯೋನಾಡ್ ಆಯ್ಲರ್ 18ನೇ ಶತಮಾನ : (ಚಿತ್ರ 13)

18ನೇ ಶತಮಾನದ ಸುಪ್ರಸಿದ್ಧ ಗಣಿತಜ್ಞ. ಗಣಿತ ವಾಙ್ಮಯಕ್ಕೆ ವಿಪುಲ ಕಾಣಿಕೆ ನೀಡಿದ್ದಾನೆ. ಮೂರು ದೇಶಗಳ ವಿಜ್ಞಾನ ಅಕಾಡೆಮಿಗಳಲ್ಲಿ (ರಶಿಯಾ, ಸ್ವಿಜರ್ಲೆಂಡ್, ಜರ್ಮನಿ) ಸನ್ಮಾನಿತನಾದ. ಗಣಿತದ ಎಲ್ಲಾ


ಚಿತ್ರ 12



ಚಿತ್ರ 13

ಭಾಗಗಳಲ್ಲೂ ಕೆಲಸ ಮಾಡಿದ. ಬೀಜಗಣಿತ, ಜ್ಯಾಮಿತಿ, ಕಾಲ್ಕ್ಯುಲಸ್, ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ, ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರ ಮುಂತಾದುವುಗಳಲ್ಲಿ ಆಯ್ಲರನ ವಿಶ್ಲೇಷಣೆಯ ಸೂತ್ರಗಳು ಸಿಕ್ಕೇ ಸಿಗುತ್ತವೆ. 1750ರಲ್ಲಿ ಇವನ ಶಿಷ್ಯನೊಬ್ಬನ ಪತ್ರಕ್ಕೆ ಉತ್ತರಿಸಲು ಘನಾಕಾರಗಳ ಅಧ್ಯಯನ ಕೈಗೊಂಡನು. ಅದುವರೆಗೂ ಪ್ಲೇಟೋ, ಕೆಪ್ಲರ್, ಅರಿಸ್ಟಾಟಲ್, ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಮುಂತಾದ ಘಟಾನುಘಟಿಗಳು ಗಮನಿಸದಿದ್ದ ಗಣಿತೀಯ ಅಂಶವೊಂದನ್ನು ಗಮನಿಸಿದನು. ಅದೇ V+F=E+2. ಇಲ್ಲಿ V ಎಂಬುದು ಶೃಂಗಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ (Vertices), F ಎಂಬುದು ಮುಖಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ (Faces), E ಎಂಬುದು ಅಂಚುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ (Edges) (ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಚಿತ್ರ 4ರ ಟೆಟ್ರಾಹೆಡ್ರನ್‌ಗೆ 4 ಶೃಂಗಗಳು 4 ಮುಖಗಳು ಮತ್ತು 6 ಅಂಚುಗಳು) ಎಂಬ ಸೂತ್ರ. ಇದು ಯಾವುದೇ ಘನಾಕಾರದಲ್ಲಿನ ಅಂಚುಗಳು (E) ಮುಖಗಳು (F) ಮತ್ತು ಶೃಂಗಗಳಿಗೆ (V) ಇರುವ ಸಂಬಂಧ. ಹೀಗೆ ಇವನು ಮಾಡಿದ ಸಂಶೋಧನೆಗಳೆಲ್ಲವೂ ಅತೀ ಸೂಕ್ಷ್ಮ ಗಮನಿಕೆಯಿಂದ ಯಾರ ಕಣ್ಣಿಗೂ ಬೀಳದ ವಿಶೇಷ ಅಂಶಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ಘನಾಕಾರಗಳು ಮತ್ತು ಪ್ರಕೃತಿಯ ಆದಿಜೀವ ರೂಪಗಳು :

ಸೂಕ್ಷ್ಮ ಜೀವಿಗಳಾದ ಬ್ಯಾಕ್ಟೀರಿಯಾ, ವೈರಸ್, ಮತ್ತು ಪ್ಲಾಂಕ್ಟನ್‌ಗಳು ಪ್ಲೇಟೋನ ಘನಾಕಾರಗಳ ರೂಪದಲ್ಲಿಯೇ ಇರುತ್ತವೆ.

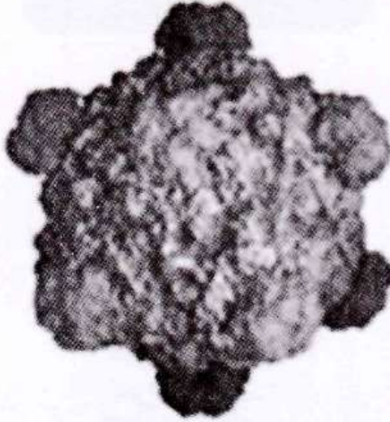
(ಚಿತ್ರಗಳು 14, 15, 16)

ಹೀಗೆ ಪ್ಲೇಟೋನ ಘನಾಕಾರಗಳು ಮಾನವ ಜೀವನದಲ್ಲಿ ಅತಿ ಮುಖ್ಯ ಪಾತ್ರ ವಹಿಸಿವೆ. ಮಾನವ ನಾಗರಿಕತೆಯಲ್ಲಿ ಒಡವೆಗಳಿಗೂ ಪ್ರಮುಖ ಸ್ಥಾನವಿದೆ. ವಜ್ರಗಳನ್ನು ಮಾನವ ಸಮಾಜದಲ್ಲಿ ಬಹು ಮೂಲ್ಯದ್ದೆಂದು ಪರಿಗಣಿಸಲಾಗಿದೆ. ಅನೇಕ ಸುಪ್ರಸಿದ್ಧ ಒಡವೆಗಳು ಪ್ಲೇಟೋನ ಘನಾಕಾರಗಳ ವಿನ್ಯಾಸದ ಮೇಲೆಯೇ ಆಧಾರಿತವಾಗಿದೆ.

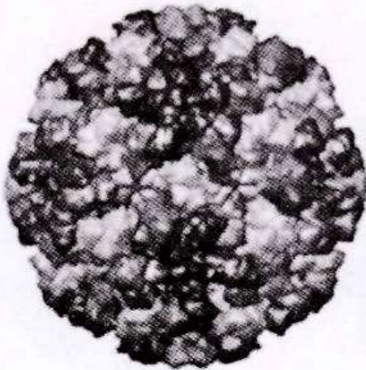
(ಚಿತ್ರ 17, 18)

ಎಷರ್ (Echer) ಎಂಬ ಕಲಾಕಾರನು ಪ್ಲೇಟೋನ ಘನಾಕಾರಗಳನ್ನಾಧರಿಸಿ ಹಲವಾರು ಅದ್ಭುತ ಕಲಾಕೃತಿಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿದ್ದಾನೆ. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ಚಿತ್ರ 19, 20ರಲ್ಲಿವೆ.

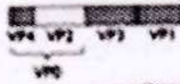
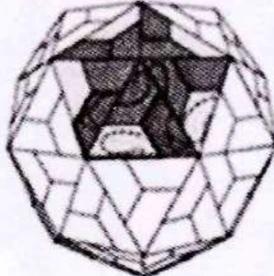
ನಮ್ಮ ಗಣಿತ ಪಠ್ಯದಲ್ಲಿ ಪ್ಲೇಟೋನ ಘನಾಕಾರಗಳು ಕೊನೆಯ



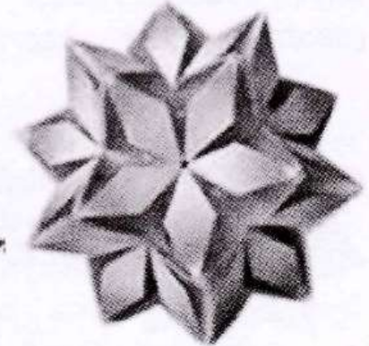
ಚಿತ್ರ 14



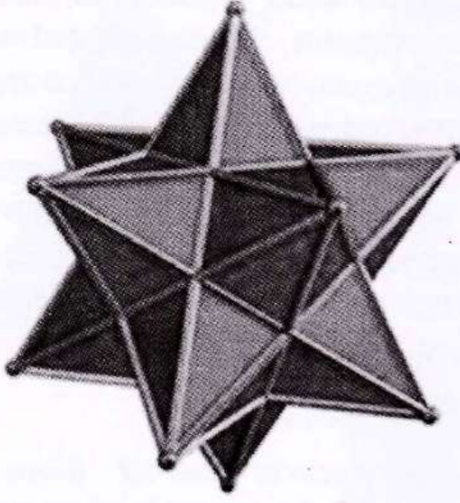
ಚಿತ್ರ 15

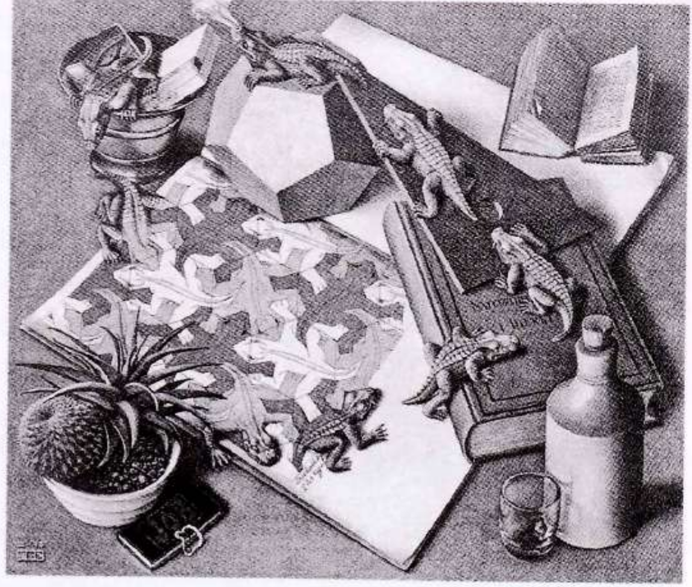

ಚಿತ್ರ 16



ಚಿತ್ರ 17

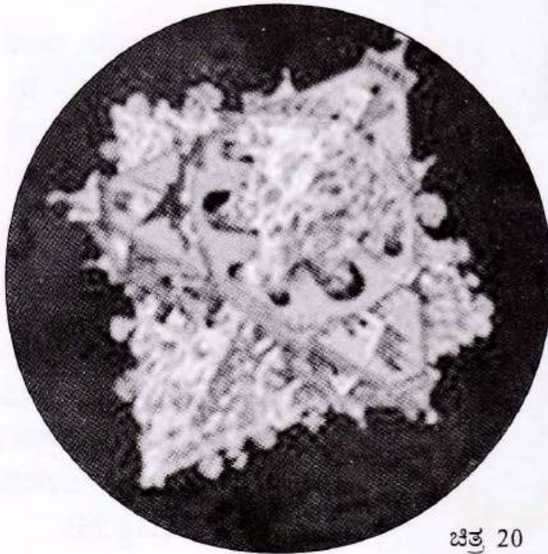


ಚಿತ್ರ 18

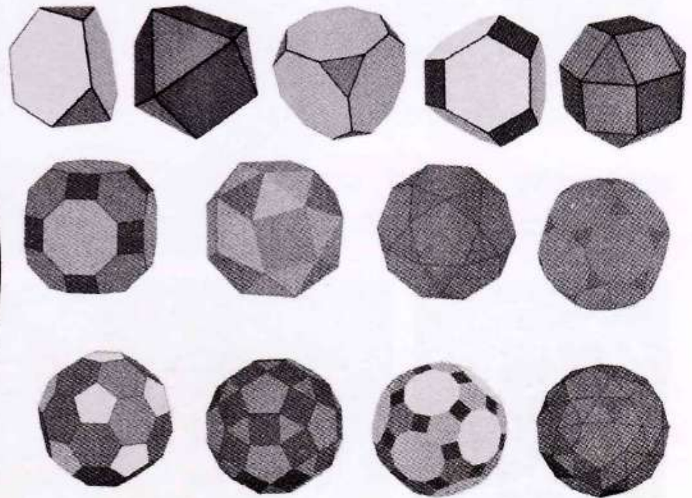


ಚಿತ್ರ 19

ಅಧ್ಯಾಯಗಳಲ್ಲೇ ಕಾಣಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಹಲವಾರು ಬಾರಿ ಇವುಗಳ ಬೋಧನೆಯೇ ಆಗುವುದಿಲ್ಲ. ಆದರೂ ಪರೀಕ್ಷೆಗಳಲ್ಲಿ ನಕ್ಷೆಗಳು ಅಥವಾ ಘನಾಕಾರಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಒಂದು ಪ್ರಶ್ನೆ ಇದ್ದೇ ಇರುತ್ತದೆ. ಪ್ಲೇಟೋನ ಘನಾಕಾರಗಳನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ತೋರಿಸುವುದೂ ಕಷ್ಟ. ಏಕೆಂದರೆ ಮಾರುಕಟ್ಟೆಯಲ್ಲಿ ಇವು ದೊರೆಯುವುದಿಲ್ಲ. ಹಾಗಾಗಿ ಈ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಒರಿಗಾಮಿ – ಕಾಗದ ಮಡಿಕೆಯ ವಿಧಿವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಪ್ಲೇಟೋನ ಘನಾಕಾರಗಳನ್ನು ತಯಾರಿಸುವ ರೀತಿಯನ್ನು ವಿಶದಪಡಿಸಲಾಗಿದೆ. ಇದರಿಂದ ಹೆಚ್ಚು ವೆಚ್ಚವಿಲ್ಲದೆ ಪ್ರತಿ ಶಾಲೆಯಲ್ಲೂ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಂದಲೇ ಇವುಗಳನ್ನು (ಚಟುವಟಿಕೆಯಾಗಿ) ಮಾಡಿಸಬಹುದು. ಕನ್ನಡದಲ್ಲಿ ಇಂತಹ ಪುಸ್ತಕವು ಪ್ರಕಟವಾಗುತ್ತಿರುವುದು ಇದೇ ಮೊದಲ ಬಾರಿ. ಅಲ್ಲದೆ ಇದಕ್ಕೆ ವಿಶೇಷವಾದ ಒರಿಗಾಮಿ ಕಾಗದದ ಅವಶ್ಯಕತೆ ಇಲ್ಲ. ಎಲ್ಲೆಡೆ ಲಭ್ಯವಿರುವ A4 ಗಾತ್ರದ ಬಿಳಿ ಕಾಗದ ಸಾಕು. ಅಲ್ಲದೆ ಈ A4 ಕಾಗದ ಒಂದು ಪಾರ್ಶ್ವದಲ್ಲಿ ಉಪಯೋಗಗೊಂಡಿದ್ದರೂ ಆದೀತು.



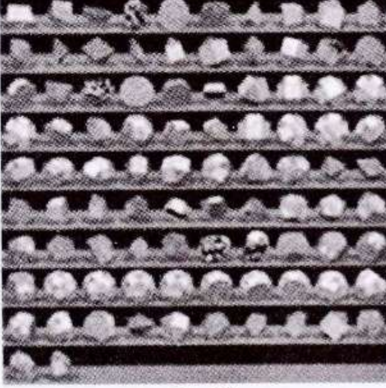
ಚಿತ್ರ 20



ಚಿತ್ರ 21

ಇನ್ನಷ್ಟು ಘನಾಕಾರಗಳು :

ಗಣಿತ ಶಾಸ್ತ್ರದಲ್ಲಿ ಪ್ಲೇಟೋನ ಘನಾಕಾರಗಳಷ್ಟೇ ಅಲ್ಲದೆ ಇನ್ನೂ ಕುತೂಹಲಭರಿತ ಘನಾಕಾರಗಳನ್ನು ಸಂಶೋಧಿಸಲಾಗಿದೆ. ಆರ್ಕಿಮಿಡಿಯನ್ ಸಾಲಿಡ್ಸ್ (Archimedian solids) ಇವು ಪ್ಲೇಟೋನ ಘನಾಕಾರ ಗಳಿಗಿಂತಲೂ ಬೇರೆಯಾದವು. ಪ್ಲೇಟೋನ ಘನಾಕಾರಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಆಕೃತಿಯ ಮುಖವಿರುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ಆರ್ಕಿಮಿಡಿಯನ್ ಘನಾಕಾರಗಳಲ್ಲಿ ವಿವಿಧ ಬಗೆಯ ನಿಯತಾಕೃತಿಗಳು ಒಂದರ ಪಕ್ಕ ಒಂದು ಜೋಡಿಸಿರಲು ಸಾಧ್ಯ. ಈ ಘನಾಕಾರಗಳು ಬಹುಮಟ್ಟಿಗೆ ಗೋಲಾಕಾರ ಸಾಧಿಸುತ್ತವೆ. ಸಮರೂಪಿ ಶೃಂಗಗಳಲ್ಲಿ ಒಟ್ಟಾಗುವ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳು ಸಮಮಿತಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ. ಅಂದರೆ ಒಂದು ಶೃಂಗದ ಸುತ್ತ ಜೋಡಿಸಿದ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳೇ ಇದರ 180° ಆಚೆಗೆ ಮತ್ತೆ ಕಾಣಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆ. ಇಂತಹ ಆರ್ಕಿಮಿಡಿಯನ್ ಘನಾಕಾರಗಳು ಕೇವಲ 13 ಇವೆ. (ಚಿತ್ರ 21)



ಚಿತ್ರ 22



ಚಿತ್ರ 23

ಜಾನ್‌ಸನ್ ಘನಾಕಾರಗಳು (Johnson solids)

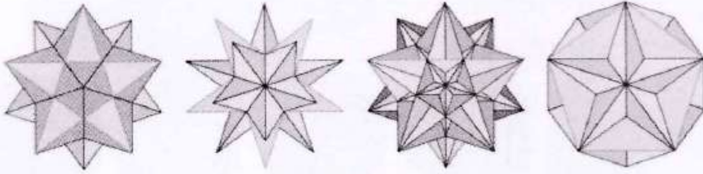
ಇವನ್ನು 1966 ಇಸವಿಯಲ್ಲಿ ನಾರ್ಮನ್ ಜಾನ್‌ಸನ್ (Norman Johnson) ಎಂಬುವವನು ವಿವರಣೆ ನೀಡಿದ. ಈ ಘನಾಕಾರಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಶೃಂಗದಲ್ಲೂ ಯಾವುದೇ ನಿಯತ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳು ಒಟ್ಟಾಗ ಬಹುದು. ಇವು 92 ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ಇವೆ. (ಚಿತ್ರ 22)

ಕೆಟಾಲನ್ ಘನಾಕಾರಗಳು (Catalan solids)

ಯುಜೀನ್ ಕೆಟಾಲನ್ (Eugene Catalon) ಎಂಬ ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರಜ್ಞನು 1865ರಲ್ಲಿ ಇವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದನು. ಇವುಗಳ ವಿಶೇಷವೆಂದರೆ ಶೃಂಗಗಳ ಸುತ್ತ ಒಂದೇ ಬಗೆಯ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳಿದ್ದು, ಇತರೆಡೆಗಳಲ್ಲಿ ವಿವಿಧ ಬಗೆಯ ಆಕೃತಿಗಳಿರುತ್ತವೆ. ಇಂತಹವು 13 ಇವೆ. (ಚಿತ್ರ 23)

ಕೆಪ್ಲರನ ಘನಾಕಾರಗಳು (Keplar's solids)

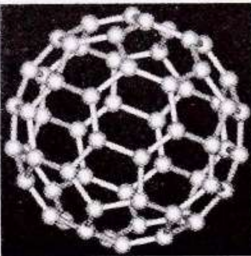
ಇವು ನಕ್ಷತ್ರಾಕಾರದ ಹೊರಮುಖವನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ. (ಚಿತ್ರ 24)

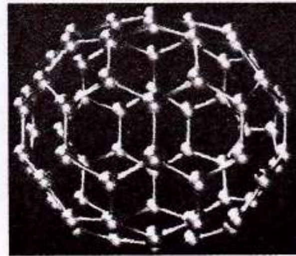


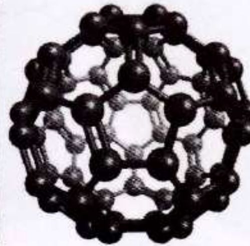
ಚಿತ್ರ 24

ಫುಲ್ಲರೀನ್‌ಗಳು

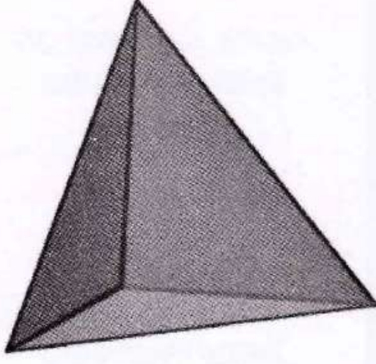
ಕಾರ್ಬನ್ ಪರಮಾಣುಗಳಿಂದಲೇ ರಚಿತವಾದ ಬಹುಮುಖೀ ಗೋಳ. ಒಳಗೆ ಟೊಳ್ಳು, ಹೊರಗೆ ಪಂಚಭುಜ, ಷಡ್ಭುಜಗಳ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಪರಮಾಣುಗಳ ಜೋಡಣೆ ಇರುತ್ತದೆ. ಇಂತಹ ರಚನೆಗಳನ್ನು ಮೊದಲೇ ಊಹಿಸಿದ್ದರಾದರೂ, 1985ರಲ್ಲಿ ರೈಸ್ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯದಲ್ಲಿ, ರಿಚರ್ಡ್ ಸ್ಮಾಲ್ಲೇ, ರಾಬರ್ಟ್ ಕರ್ಲ್ ಮತ್ತು ಇತರರು ಸಂಸ್ಕರಿಸಿದರು. ಇದಕ್ಕೆ ಬಕ್ ಮಿನಿಸ್ಟರ್ ಫುಲ್ಲರೀನ್ ಎಂದು ಹೆಸರಿಟ್ಟರು. ಈ ಫುಲ್ಲರ್ ಎಂಬವನು ಒಬ್ಬ ಜಗತ್ ಪ್ರಸಿದ್ಧ ವಾಸ್ತುಶಿಲ್ಪಿ. ಇವನು ಬಹು ಗಾತ್ರದ ಅಂಗಣಗಳನ್ನು ರಚಿಸಲು ಈ ಬಗೆಯ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಬಳಕೆಗೆ ತಂದಿದ್ದನು. ಅನೇಕ ಬಗೆಯ ಫುಲ್ಲರೀನ್‌ಗಳಿವೆ (ಚಿತ್ರ 25).







ಚಿತ್ರ 25



Platonic Solids - Tetrahedron

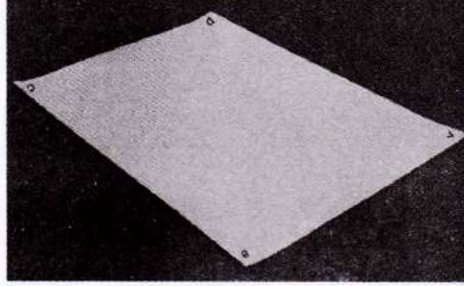
ಪ್ಲೇಟೋನ ಘನಾಕಾರಗಳು – ಚತುರ್ಮುಖ ಘನ

Faces – ಮುಖಗಳು ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಕೋನ – 4

Vertices – ಶೃಂಗಗಳು – 4

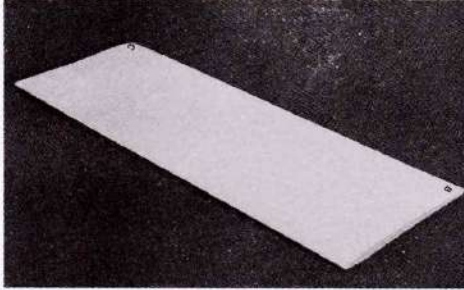
Edges – ಅಂಚುಗಳು – 6

A4 ಕಾಗದ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ.
A, B, C, D ಬರೆಯಿರಿ.



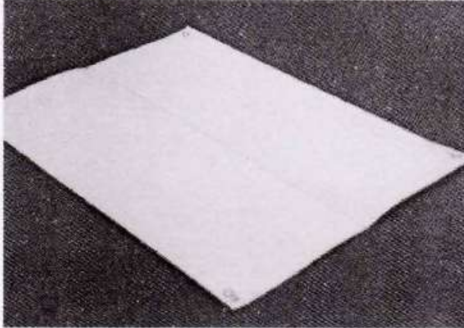
Take a A4 size paper.
Mark A, B, C, D

ಅರ್ಧಕ್ಕೆ ಮಡಿಸಿ.



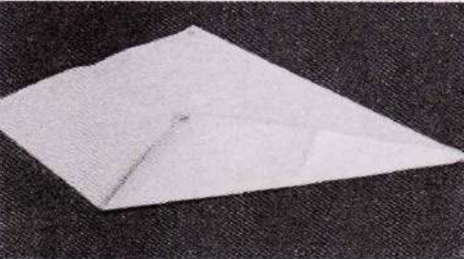
Fold in half

ತೆರೆಯಿರಿ. ನಿಮಗೆ ಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ
ಒಂದು ಗೆರೆ ಕಾಣುವುದು.



Open. You find a
central crease - 'a' line

'B' ಶೃಂಗವನ್ನು ಈ ಗೆರೆಯ
ಮೇಲೆ ತಂದು ಮಡಿಸಿ.



Bring B on the line
and crease

'C' ಯನ್ನು ಮಡಿಸಿ ಶೃಂಗದ
ಅಂಚಿನ ಮೇಲೆ ತನ್ನಿ.



Fold 'C' on to the
folded line

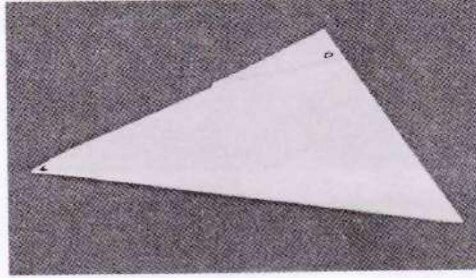
ಮಾದರಿಯನ್ನು ಹಿಮ್ಮುಖಮಾಡಿ
'D'ಯು ಬಾಲದಲ್ಲಿದೆ.



Turn over you see
'D' at the tail

'D'ಯನ್ನು ತ್ರಿಕೋನ
ಮೇಲೆ ಮಡಿಸಿ.

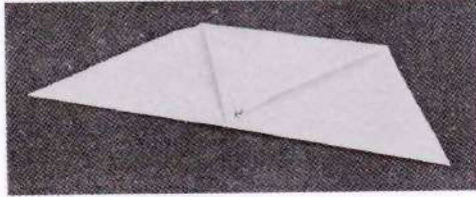
ಹಿಮ್ಮುಖ ಮಾಡಿ.



Fold 'D' on to the
triangle

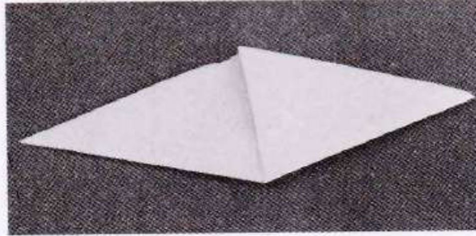
Turn over

'A' ಶೃಂಗವನ್ನು ಎದುರಿನ
ಅಂಚಿಗೆ ತಾಗಿಸಿ ಮಡಿಸಿ.



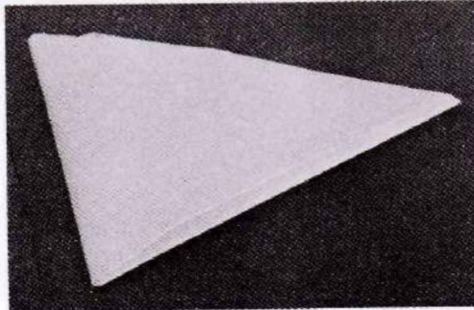
Bring 'A' to the
midpoint
of opposite line

ಬಲ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು
ಕೇಂದ್ರಕ್ಕೆ ಮಡಿಸಿ.



Fold right triangle
upon the first

ಎಡ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ಮಡಿಸಿ.



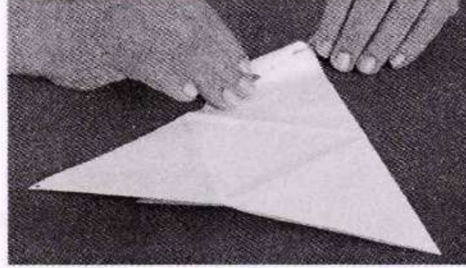
Fold left triangle
upon the second

ಎಲ್ಲ ಮಡಿಕೆಗಳನ್ನು ತೆರೆಯಿರಿ.
ನಿಮಗೆ 4 ತ್ರಿಕೋನಗಳು
ಕಾಣುವುವು.



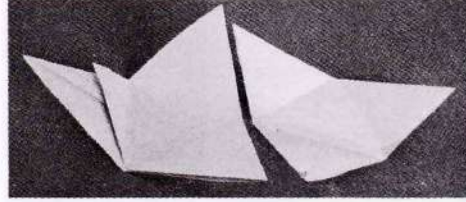
Unfold. You see 4
equilateral triangles

'D'ಯನ್ನು ತ್ರಿಕೋನದ
ಮಡಿಕೆಯೊಳಗೆ ತೂರಿಸಿ.



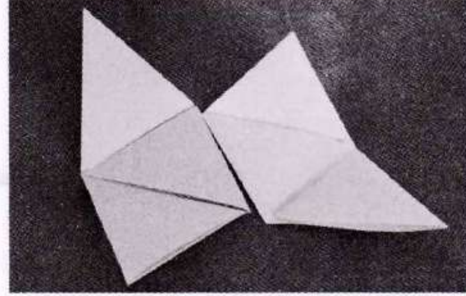
Tuck 'D' inside
the triangle

ಇಂತಹ ಎರಡು ಮಾದರಿಗಳನ್ನು
ತಯಾರಿಸಿ. ಎರಡು
A4 ಕಾಗದ ಬಳಸಿ.



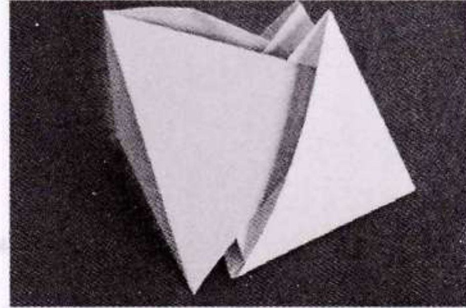
Make two such sets
in two A4 papers

ಎರಡೂ ಮಾದರಿಗಳ
ಒಂದೊಂದು ತ್ರಿಕೋನ
ಮಡಿಸಿ ಅಕ್ಕಪಕ್ಕದಲ್ಲಿಡಿ.



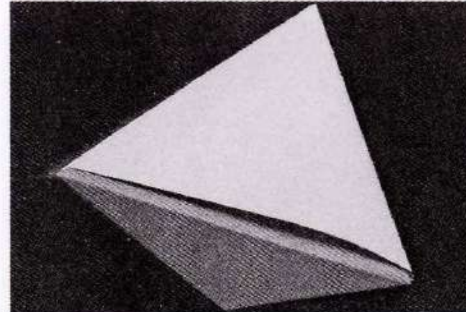
Place them together by
folding one triangle
in each model

ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ಅದರ
ವಿರುದ್ಧ ಬದಿಯ
ತ್ರಿಕೋನದೊಳಗೆ ತೂರಿಸಿ.

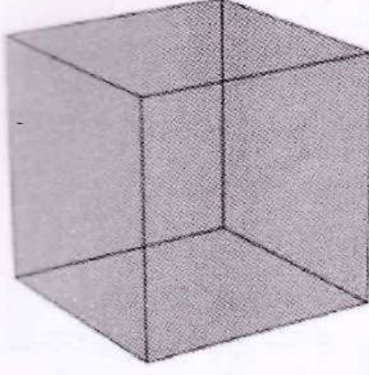


Insert the sides of one
model in the pockets
of the other

ನಿಮಗೆ ಚತುರ್ಮುಖ
ಘನ ಸಿಗುತ್ತದೆ.



You get Tetrahedron



Platonic Solids - Hexahedron

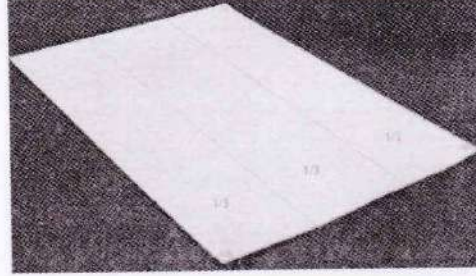
ಪ್ಲೇಟೋನ ಘನಾಕಾರಗಳು – ಷಣ್ಮುಖ ಘನ

Faces – ಮುಖಗಳು – ಚೌಕ – 6

Vertices – ಶೃಂಗಗಳು – 8

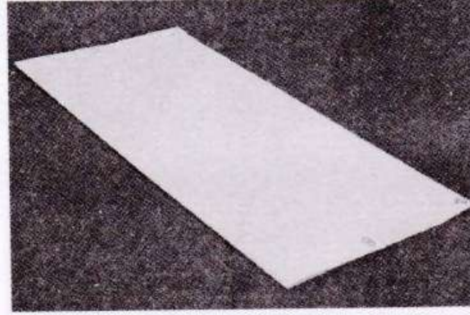
Edges – ಅಂಚುಗಳು – 12

A4 ಕಾಗದದಲ್ಲಿ $1/3$, $1/3$, $1/3$ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. A, B, C, D ಬರೆಯಿರಿ.



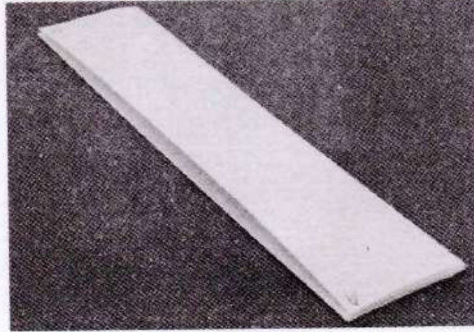
Take A4 size paper mark $1/3$, $1/3$, $1/3$ lines mark ABCD

'B' ($1/3$)ನ್ನು ಮಧ್ಯದ $1/3$ ಮೇಲೆ ಮಡಿಸಿ.



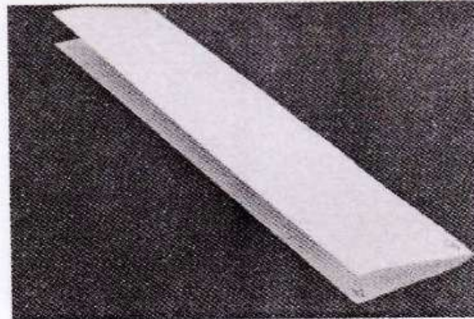
Fold B ($1/3$) upon the middle $1/3$

'A' ($1/3$)ಯನ್ನು ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ ಮಡಿಸಿ.



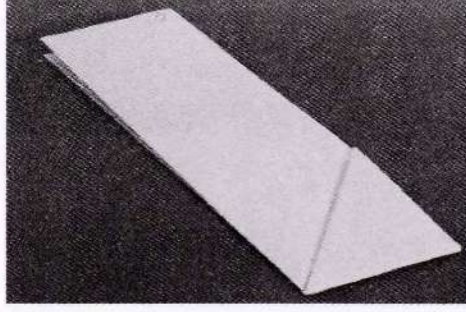
Fold A ($1/3$) upon the middle

ಕಾಗದವನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ ಅಡ್ಡಾದಿಡ್ಡಿಯಾಗಿ ಮಡಿಸಿ.



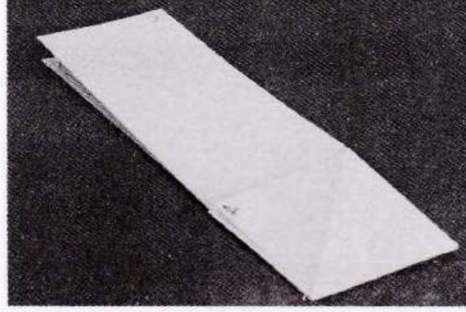
Spread the paper and fold the same ZigZag

ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಮಡಿಸಿ.



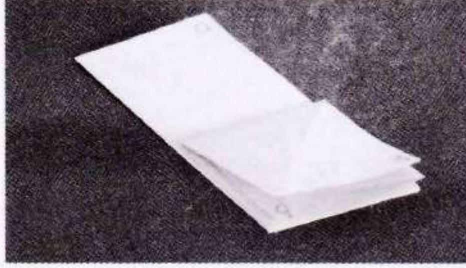
Fold the triangle down

ತ್ರಿಕೋನ ತೆರೆಯಿರಿ. ಅದು ಚೌಕವಾಗುವುದು.



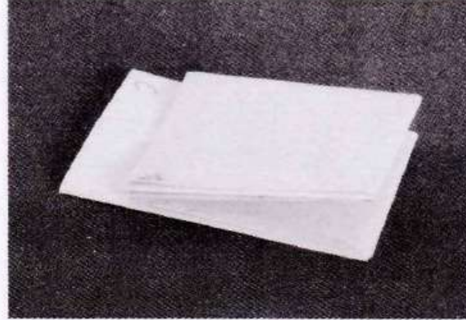
Spread the edge 'A' to make a square

'D'ಯೆಡೆಗೆ ಚೌಕವನ್ನು ಮಡಿಸಿ (ಎರಡು ಬಾರಿ).



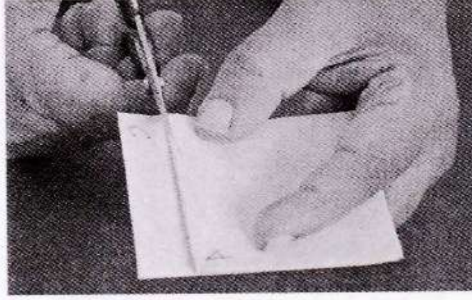
Fold the square on the paper towards 'D' (two times)

4 ಚೌಕಗಳು ಒಂದರ ಮೇಲೊಂದು ಕೂಡುವುವು. ಒಂದಿಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚುವರಿ ಕಾಗದ ಉಳಿಯುವುದು.



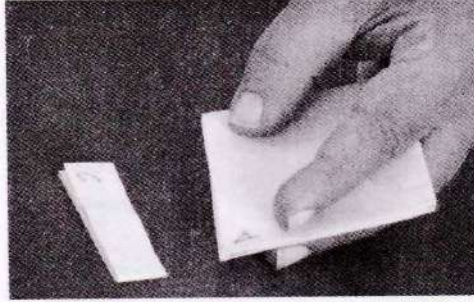
Four squares get folded. A piece of paper remains

ಹೆಚ್ಚುವರಿ ಕಾಗದವನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ.



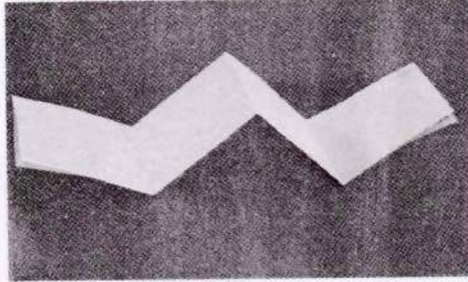
Cut this piece off

ನಿಮಗೆ 4 ಚೌಕಗಳು
ಉಳಿಯುತ್ತವೆ.



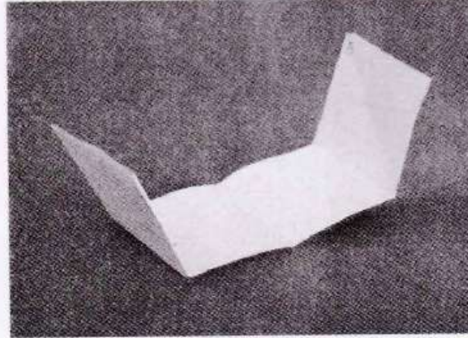
You get four squares
in hand

ಚೌಕಗಳನ್ನು ಅಗಲವಾಗಿ
ತೆರೆದಿಡಿ.



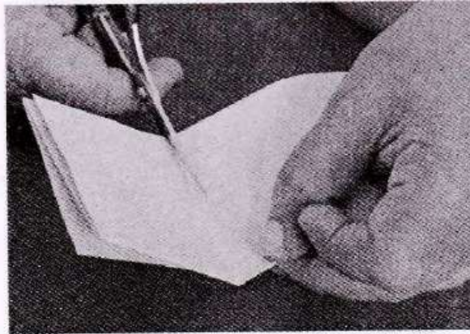
Spread the four squares

ಅಂಚಿನ ಚೌಕಗಳನ್ನು ಮೇಲೆತ್ತಿ.



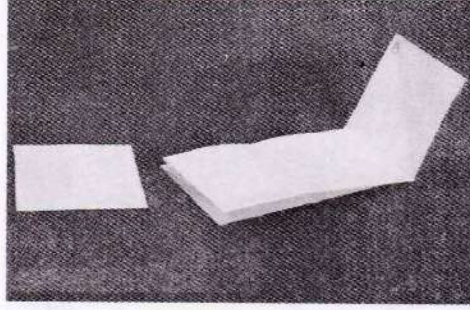
Lift corner squares up

ಒಂದು ಚೌಕವನ್ನು ಅದರ
ಕೆಳಗಿನ ಮಡಿಕೆಗಳ
ಸಹಿತ ಕತ್ತರಿಸಿ.



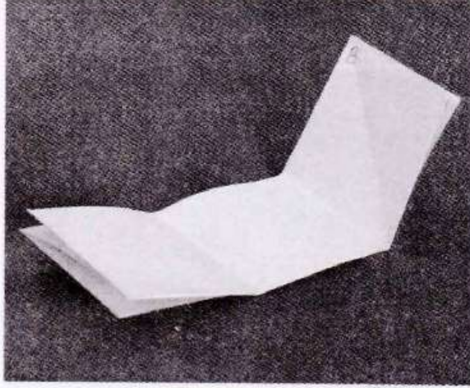
Cut off one square
(all papers underneath)

ಮೂರು ಚೌಕಗಳು ಒಟ್ಟಿಗೆ ದೊರೆಯುತ್ತವೆ.



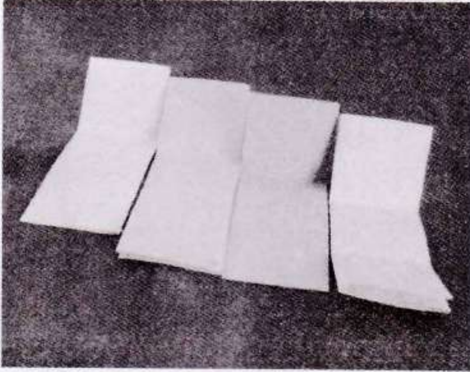
Three squares remain

ಅಂಚಿನ ಚೌಕಗಳನ್ನು ಮೇಲಕ್ಕೆ ಮಡಿಸಿ.



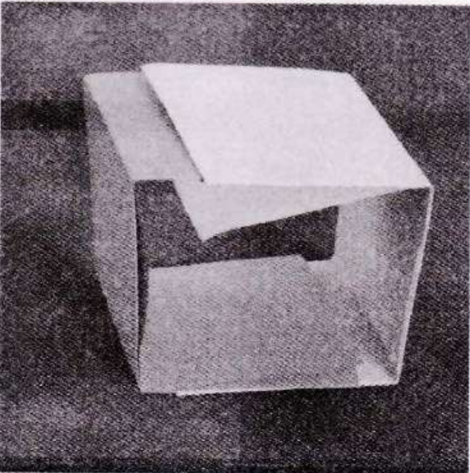
Fold corner squares up

ಇಂತಹ ನಾಲ್ಕು ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ಅಕ್ಕಪಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಿಡಿ.



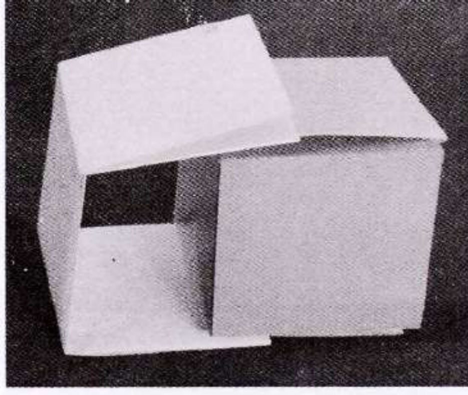
Arrange four such models one beside the other

ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡು ಕಾಗದಗಳನ್ನು ಈ ಬಗೆಯಲ್ಲಿ ತೂರಿಸಿ ಬಂಧಿಸಿ.



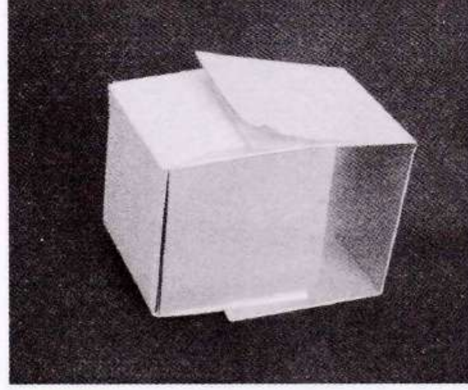
Tuck two of them like this

ಪಾರ್ಶ್ವದ ಖಾಲಿ ಜಾಗವನ್ನು
ಇನ್ನೊಂದು ಕಾಗದದಿಂದ
ಮುಚ್ಚಿರಿ.



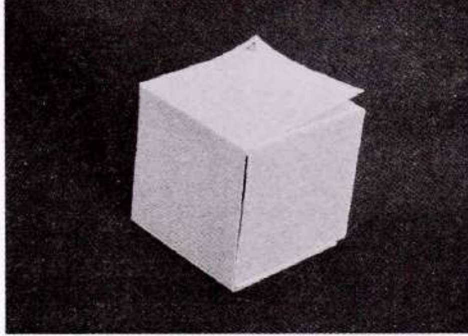
close the gap by the side
with one set of squares

ಇನ್ನೊಂದು ಬದಿಯ ಖಾಲಿ
ಜಾಗವನ್ನು ಇದೇ ಬಗೆಯಲ್ಲಿ
ಮುಚ್ಚಿಡಿ.



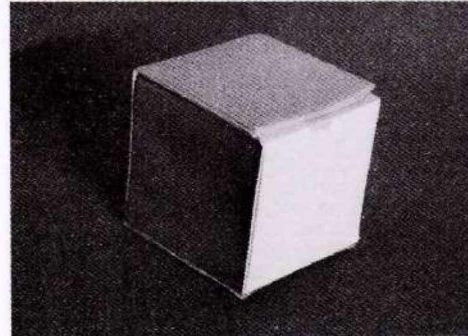
Close other gap with
remaining paper square

ಆರು ಮುಖಗಳ ಘನ
ಸಿದ್ಧವಾಗುವುದು.

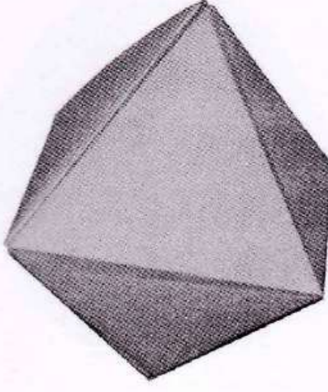


You get a cube closed
on all sides

ಇದು ಷಣ್ಮುಖ ಘನ.



It is perfect
Hexahedron



Platonic Solids - Octahedron

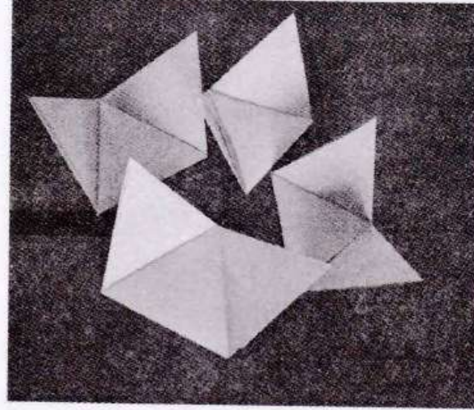
ಪ್ಲೇಟೋನ ಘನಾಕಾರಗಳು – ಅಷ್ಟಮುಖ ಘನ

Faces – ಮುಖಗಳು – ಸಮಬಾಹುತ್ರಿಕೋನ – 8

Vertices – ಶೃಂಗಗಳು – 6

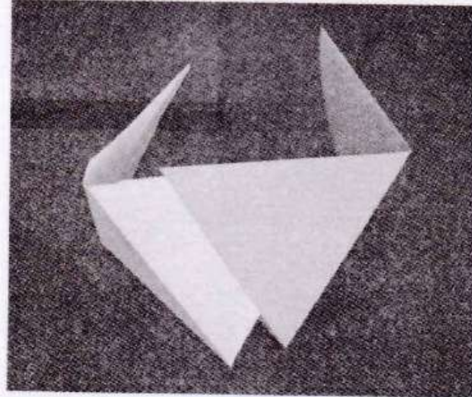
Edges – ಅಂಚುಗಳು – 12

ನಾಲ್ಕು A4 ಕಾಗದಗಳನ್ನು ಮಡಿಸಿ, ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಕಾಣಿಸಿದಂತೆ ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ.



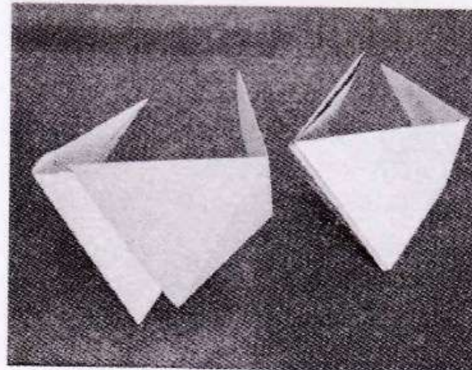
Start with four equilateral triangle folds in four A4 size papers

ಎರಡು ಮಾದರಿಗಳ ಪಾರ್ಶ್ವಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ ಬಂಧಿಸಿ.



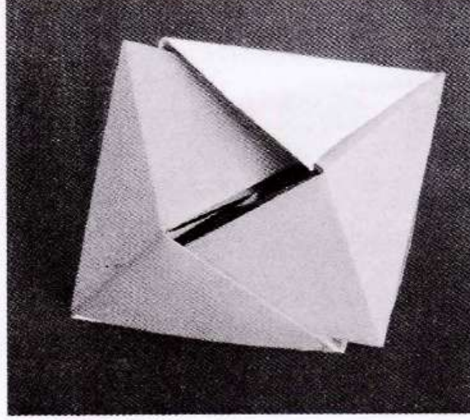
Tuck two of them together

ಇಂತಹ ಎರಡು ಜೊತೆಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ.



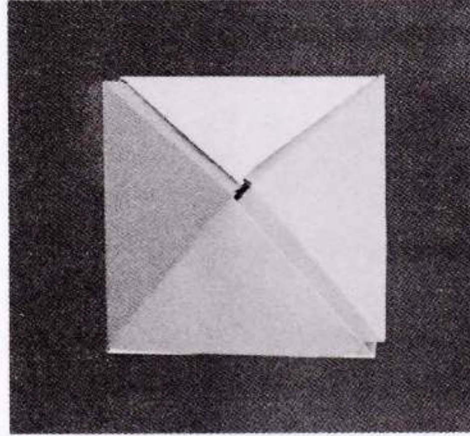
Make two sets of these

ಇವೆರಡನ್ನೂ
ಒಂದರೊಳಗೊಂದು
ಸೇರಿಸಿ ಬಂಧಿಸಿ.



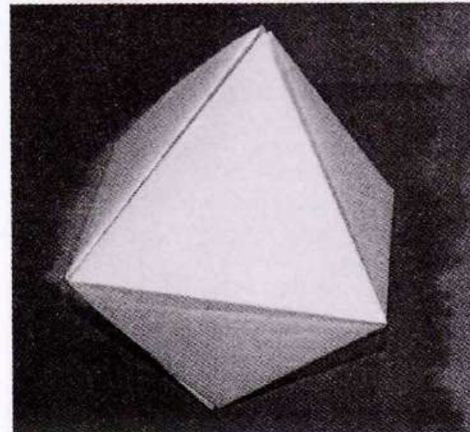
Lock the two pairs
together

ಅಷ್ಟಮುಖಿ ಘನದ ತಳದ
ಮತ್ತು ತಲೆಯ ಶೃಂಗಗಳಿಗೆ
ಫೆವಿಕಾಲ್ ಹಾಕಿ.

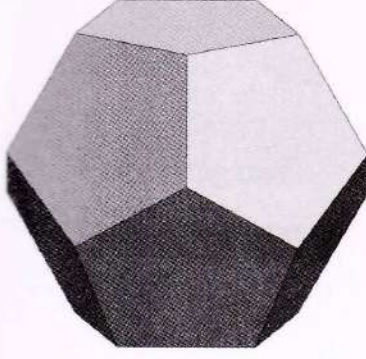


Octahedron is ready.
Put fevicol to the top
and to the bottom edges

ಅಷ್ಟಮುಖಿ ಘನಾಕೃತಿ.



A perfect Octahedron



Platonic Solids - Dodecahedron

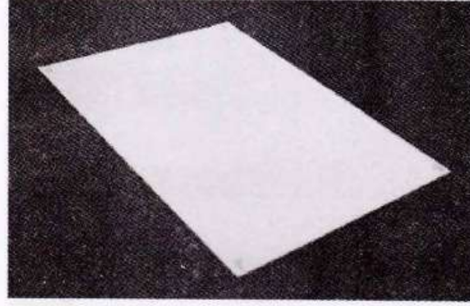
ಪ್ಲೇಟೋನ ಘನಾಕಾರಗಳು – ದ್ವಾದಶಮುಖಿ

Faces – ಮುಖಗಳು – ನಿಯತ ಪಂಚಬಾಹು – 12

Vertices – ಶೃಂಗಗಳು – 20

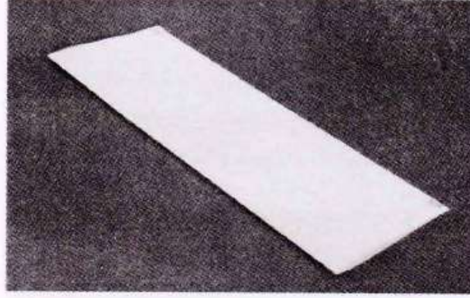
Edges – ಅಂಚುಗಳು – 30

A4 ಕಾಗದ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ.
A, B, C, D ಬರೆಯಿರಿ.



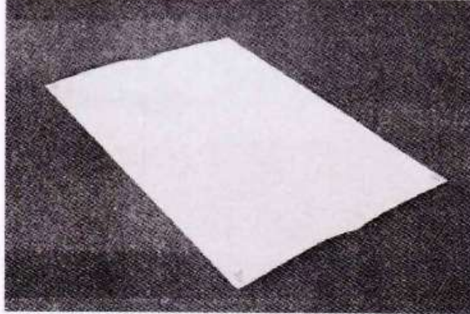
A4 size paper
Mark ABCD

ಉದ್ದಕ್ಕೆ ಮಡಿಸಿ.



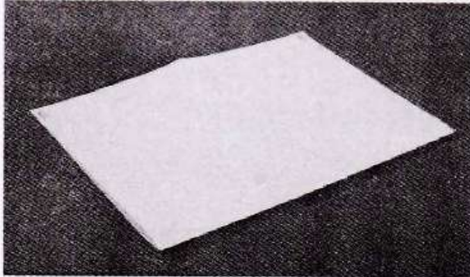
Fold vertically

ಮಡಿಕೆ ತೆರೆಯಿರಿ. ನಿಮಗೊಂದು
ಉದ್ದನೆಯ ಗೆರೆ ಕಾಣುತ್ತದೆ.



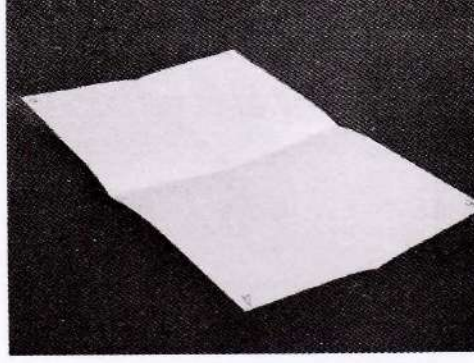
Open. You get a
vertical line

ಅಡ್ಡಲಾಗಿ ಮಡಿಸಿ.



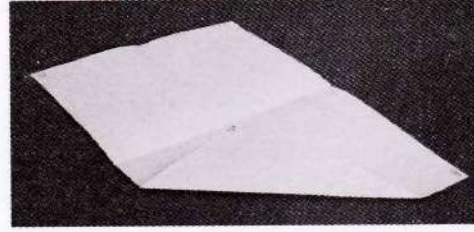
Fold horizontally

ತೆರೆದಾಗ + ಚಿನ್ಹೆ ಕಾಣುತ್ತದೆ.



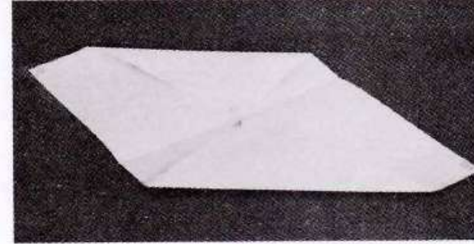
You get a + mark

A ಯನ್ನು ಕೇಂದ್ರ
ಬಿಂದುವಿಗೆ ತನ್ನಿ.



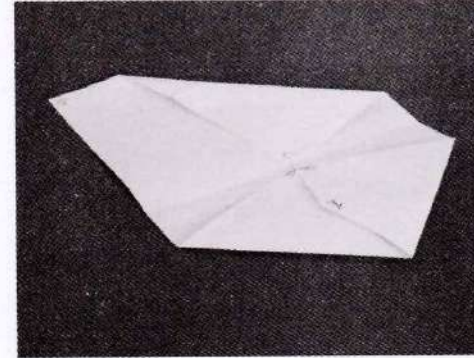
Bring A to the centre

C ಯನ್ನು ಕೇಂದಕ್ಕೆ
ತಂದು ಮಡಿಸಿ.



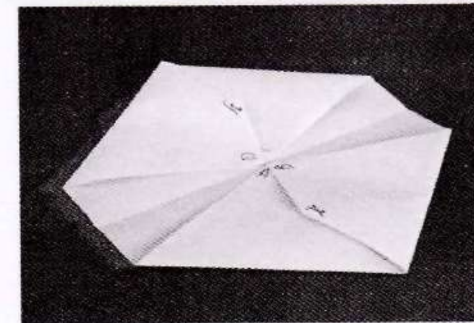
Bring C to the centre
and fold

B ಯನ್ನು ಕೇಂದ್ರಕ್ಕೆ
ತಂದು ಮಡಿಸಿ.



Bring B to centre
and fold

D ಯನ್ನು ಕೇಂದ್ರಕ್ಕೆ ತಂದು
ಮಡಿಸಿ. X ಮತ್ತು Y ಗಳನ್ನು
ಗುರುತು ಮಾಡಿ.



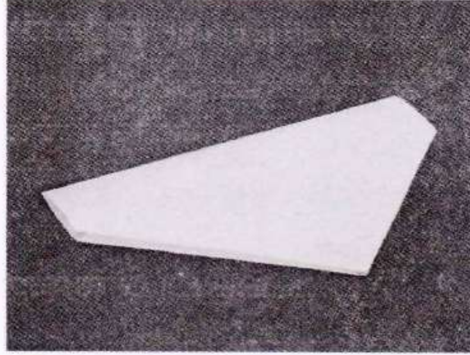
Bring D to centre and
fold. Mark X and Y

X ಮತ್ತು Yಗಳನ್ನು
ಒಂದರೊಳಗೊಂದು
ತೂರಿಸಿ ಬಂಧಿಸಿ.



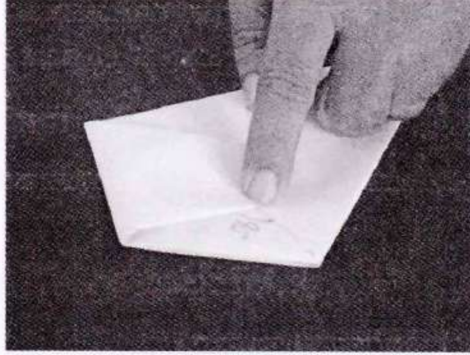
Lock X and Y

ಆಗ ಈ ಆಕಾರ ಬರುವುದು.



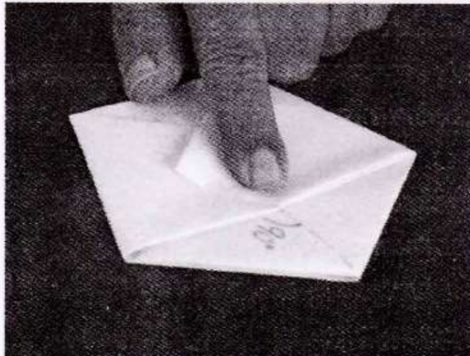
You get this shape

ಪಾರ್ಶ್ವದ ಅಂಚನ್ನು
ಕೇಂದ್ರದ ಗೆರೆಗೆ ತಂದು 90°
ಆಗುವಂತೆ ಮಡಿಸಿ.



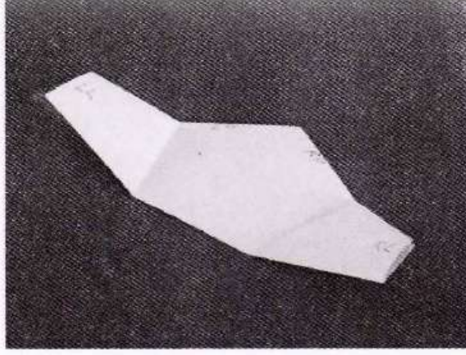
Bring corner to central
line to make 90°

ಇನ್ನೊಂದು ಪಾರ್ಶ್ವದ ಅಂಚನ್ನು
ಕೇಂದ್ರದ ಗೆರೆಗೆ ತಂದು
90°ಯಲ್ಲಿ ಮಡಿಸಿ. ಇದೊಂದು
ನಿಯತ ಪಂಚಭುಜವಾಗುವುದು.



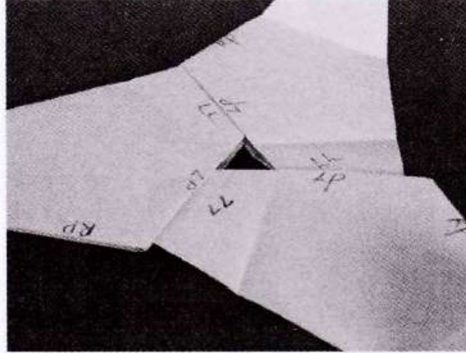
Bring opposite corner
to make 90°. This forms
pentagon

LL, RL, LP ಮತ್ತು
RP ಬರೆಯಿರಿ.



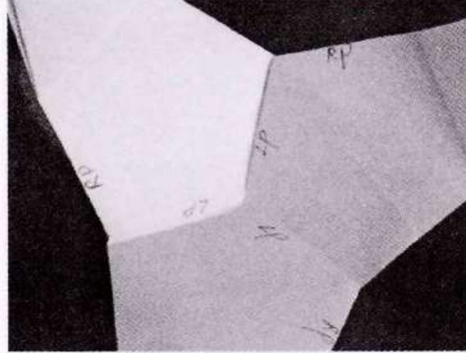
Mark LL, RL, LP
and RP

ಇಂತಹ ಮೂರು
ಪಂಚಭುಜಾಕೃತಿಗಳನ್ನು
ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ
ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಬಂಧಿಸಿ.



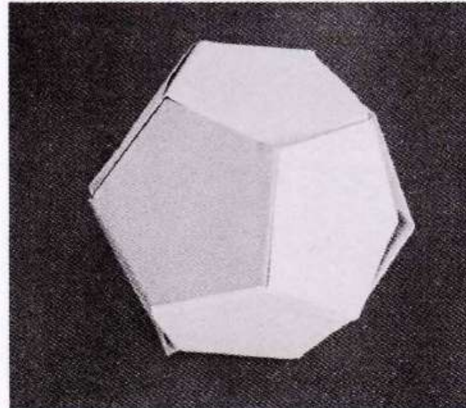
Take 3 pentagons and
lock them as shown

LL, RL ಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.
ಮೂರು ಪಂಚಭುಜಾಕೃತಿಗಳು
ಘನಾಕಾರ ಕೋನವಾಗುವುದು.

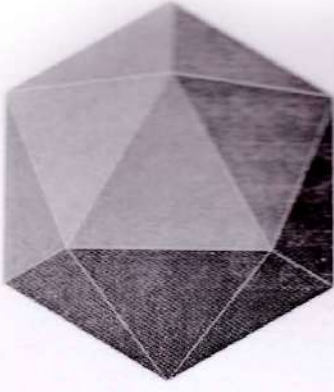


Three pentagons are
locked to make a solid
angle

ಈ ಬಗೆಯ ನಾಲ್ಕು
ಘನಾಕಾರ ಕೋನಗಳನ್ನು
ಜೋಡಿಸಿದರೆ
ದ್ವಾದಶಮುಖಿ ಸಿದ್ಧ.



If four such solid angles
get locked, then they
form a Dodecahedron



Platonic Solids - Icosahedron

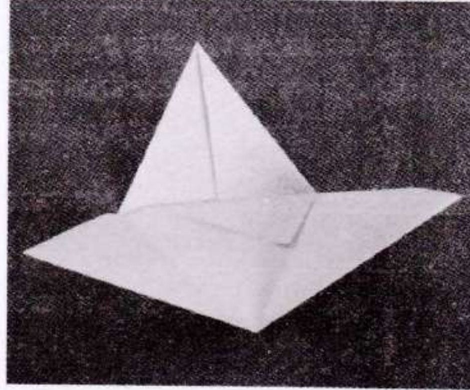
ಪ್ಲೇಟೋನ ಘನಾಕಾರಗಳು - ವಿಂಶತಿಮುಖಿ ಘನ

Faces - Equilateral Triangle - ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಕೋನ - 20

Vertices - ಶೃಂಗಗಳು - 12

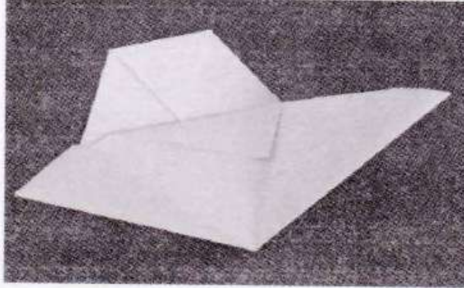
Edges - ಅಂಚುಗಳು - 30

ಹಿಂದೆ ಮಾಡಿದ, ನಾಲ್ಕು ಸಮಕೋನ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಮಡಿಕೆಯಿಂದ ಶುರುಮಾಡಿ.



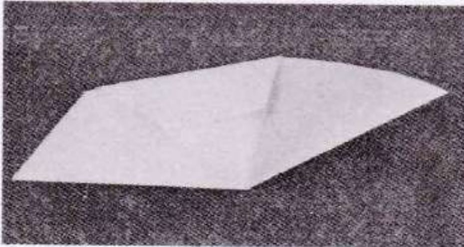
Start from the four equilatatal triangles folded earlier.

ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಶೃಂಗವನ್ನು ತಳಕ್ಕೆ ಮಡಿಸಿ.



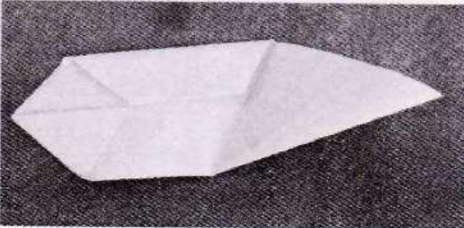
Fold the vertex of one triangle to its base

ಇದನ್ನು ಮುಂದಕ್ಕೆ ತಳದ ತ್ರಿಭುಜದ ಮೇಲೆ ಮಡಿಸಿ. ಆಗ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳು, ಎಡ ಬಲದ ತ್ರಿಭುಜದ ತಳಕ್ಕೆ ಉಂಟಾಗುತ್ತವೆ.



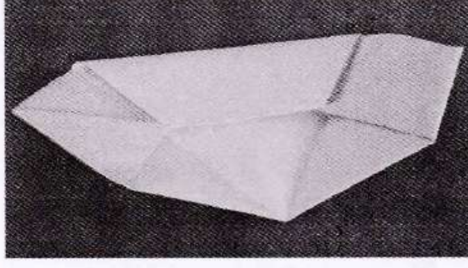
Fold this upon the base triangle. You will notice that this touches the triangles (L to R) at their base.

ಈ ಬಿಂದುವಿಗೆ ಎಡ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಮಡಿಸಿ.



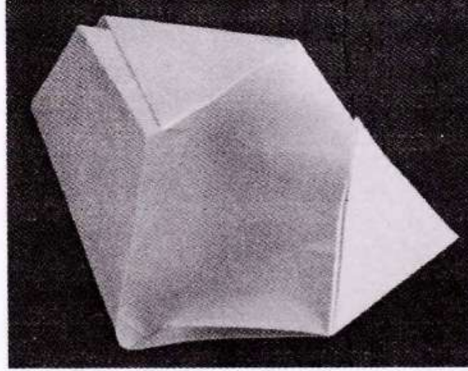
Fold vertex of left triangle to this point at base

ಉಳಿದ ಬಿಂದುವಿಗೆ ಬಲ
ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಮಡಿಸಿ.



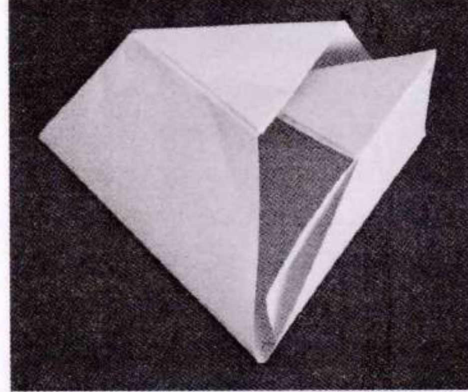
Fold vertex of
remaining triangle to
the point.

ಹೀಗೆ ಮಡಿಸಿದ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು
ಎಬ್ಬಿಸಿ. ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು
ಇನ್ನೊಂದರ ಪಾಕೆಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ
ತೂರಿಸಿ.



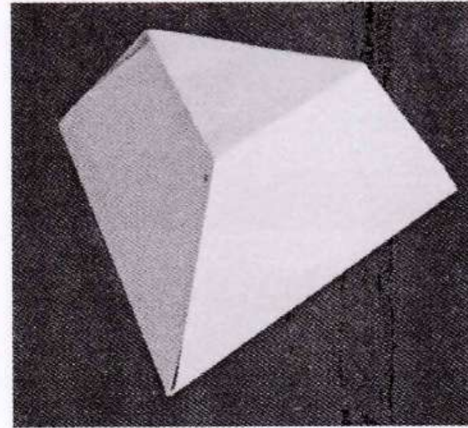
Lift all folded triangles.
Insert one triangle into
the pocket of the other.

ಉಳಿದ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು
ಪಾಕೆಟ್‌ನ ಕೆಳಗೆ ತೂರಿಸಿ.



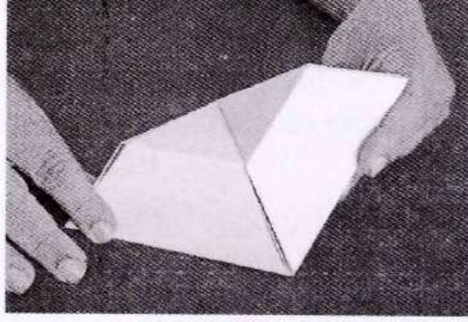
Tuck the remaining
triangle under the
pocket

ಇದು ತಲೆ ಒಡೆದ
ಪಿರಮಿಡ್‌ನಂತಿರುವುದು.



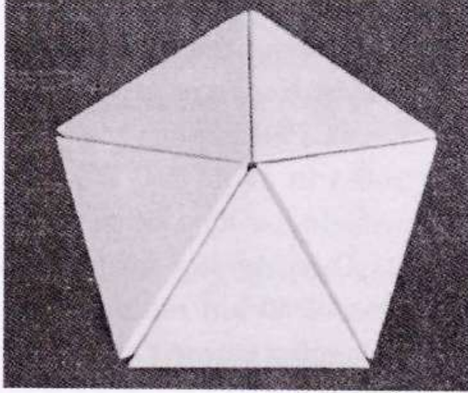
This becomes a
truncated pyramid

ಎರಡು ಇಂತಹ ಘನಗಳ
ಪಾರ್ಶ್ವಗಳಿಗೆ ಫೆವಿಕಾಲ್ ಹಚ್ಚಿ
ಜೋಡಿಸಿ.



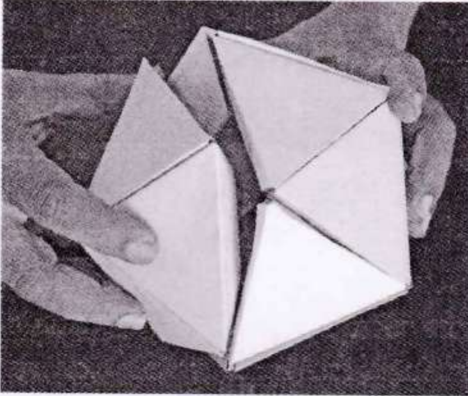
Join two surfaces of
these solids with fevicol

ಇನ್ನೂ ಮೂರು
ಘನಾಕಾರಗಳನ್ನು ಅಂಟಿಸಿ.
ಪಂಚಭುಜಾಕೃತಿ ರಚಿಸಿ.



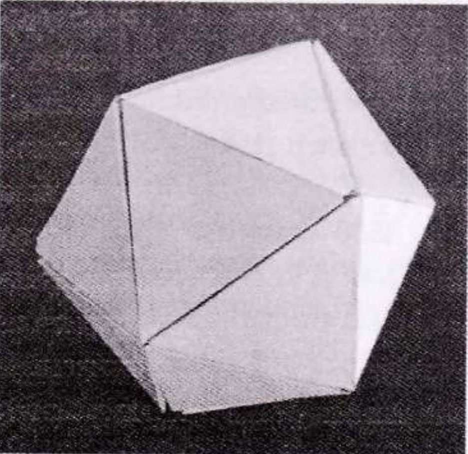
Paste other three solids
to make a pentagon

ಇಂತಹ ಎರಡು
ಪಂಚಭುಜಾಕೃತಿಗಳನ್ನು ಅಂಟಿಸಿ.
ನಡುವಿನ ಅಂತರಗಳಲ್ಲಿ
ಪಿರಮಿಡ್‌ಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿ
ಫೆವಿಕಾಲ್
ಬಳಸಿ ಅಂಟಿಸಿ.

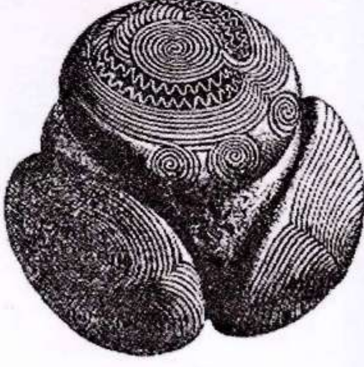


Join two pentagons of
this type. Insert
truncated pyramids in
between. Use fevicol

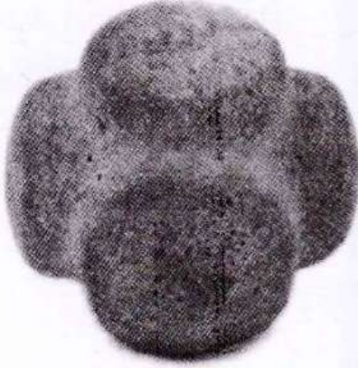
ಈಗ ವಿಂಶತಿಮುಖಿ
ಘನ ತಯಾರು.



Now you have
Icosohedron



P- 1

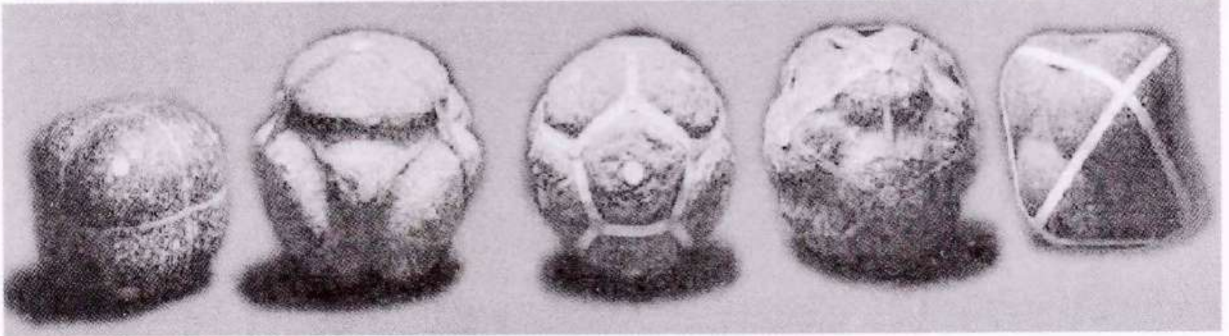


P- 2

Platonic Solids

The variety of solids we see in nature is simply amazing. Stones, cylinders, rocks... seem to present irregular patterns. However, we also see cubes, rhombus, crystals which are more regular in shape. We learn about their properties in geometry. Such regular poIyhedrons are generally termed Platonic solids. The Greek Philosopher plato had written a book on these soIles in about 360 BC. However, we know that they were in use long before him almost since 6000 years.

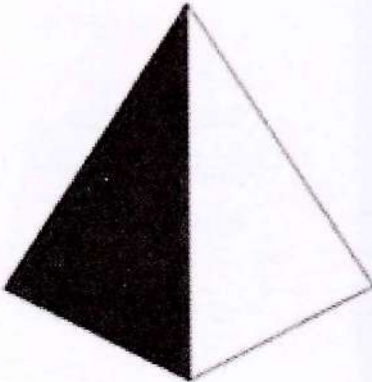
Aberdeen is a swampy place in Scotland. Here in an area of 80 km radius, various artefacts and evidences beIonging to early man have been found. Small stones that could be held in a palm (about 3 inches) are usually round; but there were equidistant protrusions in various combinations. David Douglas, an Archeologist,



P- 3

unearthed a unique set of stones in 1860. He published a sketch (1883) which was widely circulated around the world (P-1). He concluded that these artefacts were 4500 years old. Subsequently many such stones were found in and around Aberdeen. Many mathematicians also studied them. Their conclusions were (P-2, P-3) –

a) All these stones were almost round, but had evenly spaced protrusions.

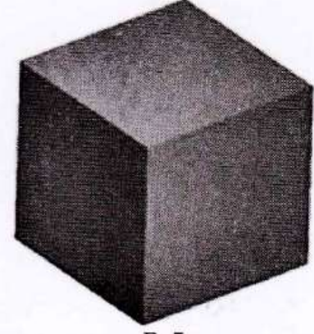


P- 4

b) If these protrusions are suppressed and drawing be written, they resembled platonic solids.

c) The number of protrusions tallied with number of faces in Platonic solids.

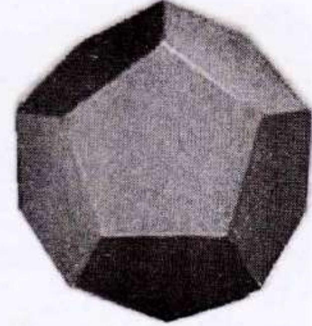
Evidently those stones were man - made, perhaps by men/women who lived on Aberdeen area 4500-6000 years ago.


P- 5

Platonic solids- 2500 years ago

It was Pythogoras - the Greek mathematician who wrote about three of the five regular solids namely,

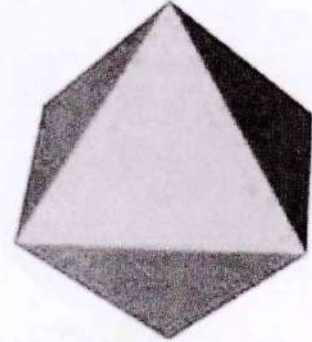
- Tetrahedron - four triangular faces (P-4)
- Cube- six square faces (P-5)
- Dodecahedron - twelve pentagonal faces. (P-6)


P- 6

After Pythagoras, another mathematician Theotatus discovered two more solids:

- Octahedron - eight triangular faces (P-7)
- Icosahedron - twenty triangular faces. (P-8)

Theotatus studied the mathematical properties of all the five solids. He declared that these solids were unique, in that, only these five are possible given the length of edge being the same. No other form is possible.


P- 7

Plato was a philosopher. He was the first to relate the solids to the universe. Also, he equated the first four solids to four elements called Earth, Water, Air and Fire. He also suggested that,

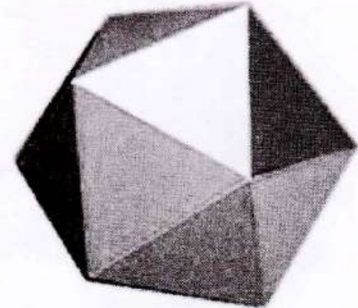
Earth - To be associated with cube
Air - To be associated with Octohedron
Water - To be associated with Icosahedron
Fire - To be associated with Tetrahedron

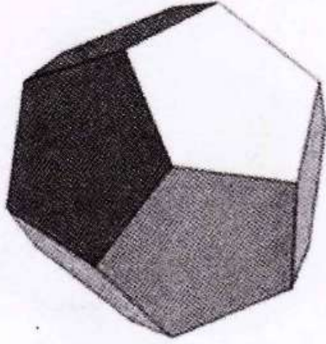
The basis for these associations was explained by later Greek philosophers as -

Fire - The faces in the Tetrahedron resemble the flames, going up.

Air - The sides of Octahedron are smooth; your hand slips on the faces, just as air slips out of hands.

Water - Icosahedron is almost round and runs like water.

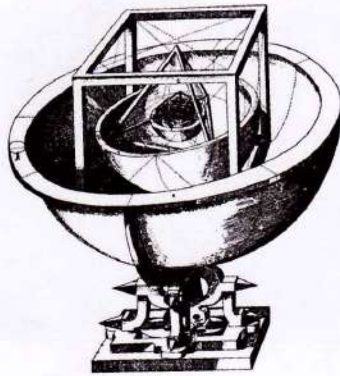

P- 8



P- 9



P- 10



P- 11

Earth - Hexahedron is different from all the other solids. It does not slip or run on ground. It is not direction specific. It stays put as it is like the earth.

Aristotle added the fifth element called Ether. All heavenly bodies are belived to be made of Ether and associated it with Dodecahedron. (P-9)

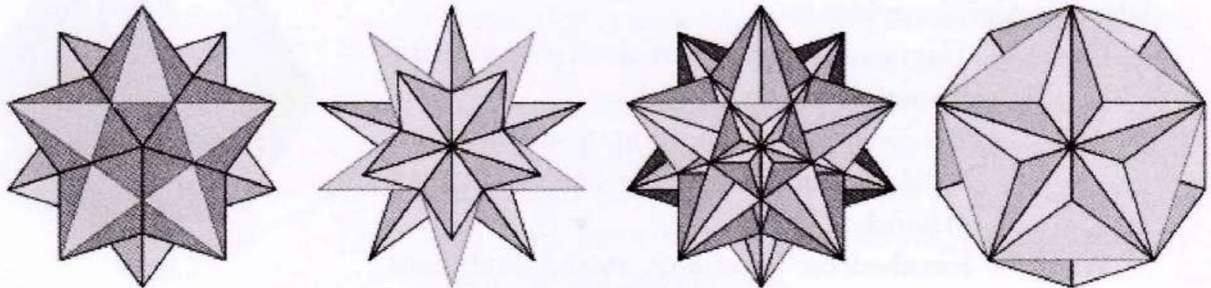
Euclid in his book 'Elements'(chapters 13-17) dealt Platonic solids. He measures the ratio between the sides of the solids to the diameter of the sphere enclosing that solid.

Johannes Kepler 16th century (P-10)

He was a famous astronomer (1596 AD). People could recognize only six planets when the telescope was not yet in use in astronomy. The movement of all these bodies, were well known. Kepler associated the five Platonic solids with these heavenly bodies. He imagined a solar system where these solids could be placed between the orbits of the planets, one inside the other. (P-11)

He associated the orbits of Mercury, Earth, Mars, Jupiter and Saturn with Octahedron, Icosahedron, Tetrahedron and Hexahedron. He thought that the period of revolutions of planets have in some way related to these solids. This was a milestone in astronomy. But the theory of Kepler on Platonic solids is only of historical interest. There is no physical basis for his fantacies.

Kepler has also discovered his own special type of solids (P- 12).



P- 12

Leonoyd Euler - 18th century (P- 13)

He was a famous mathematician. His contributions to mathematics are well known. He was honoured in Academies of Russia, Switzerland and Germany (Prussia). He worked in all branches of mathematics. Algebra, Geometry, Calculus, Trigonometry, Statistics - all have one or more formulae discovered by Euler. In 1750 to answer a question by his pupil, he took up the study of regular solids. He observed the mathematical relationship between edges, faces and vertices, which had escaped the attention of Plato, Kepler, Aristotle, Pythogoras. This was $V+F=E+2$. V= number of vertices, F= number of faces, E= number of edges. For example, in case of a cube $V=4$, $F=4$, and $E=6$. In any solid, vertices plus faces equal to number of edges plus two. This illustrates the method of Euler's discoveries - very meticulous observations, yielding results unnoticed by others.



P- 13

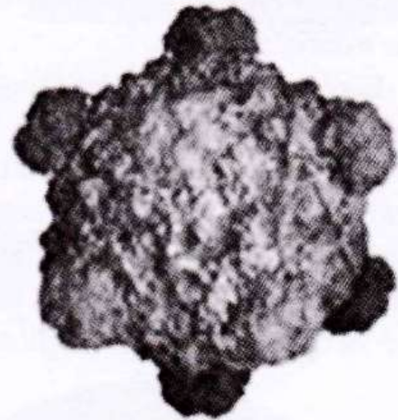
Platonic solids and simple life forms

It is found that shapes of many bacteria, virus and planktons are always Platonic solids or their combinations. (P - 14, 15, 16)

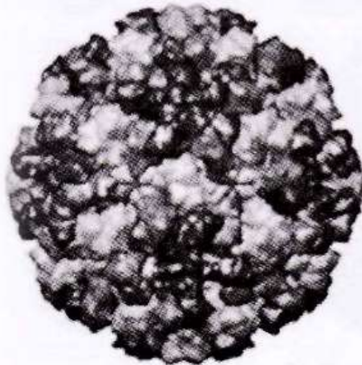
Diamonds have played an important role in Civilizations. They are highly valued. Many ornaments are in Geometric Solid shapes (P – 17, 18)

Echer, a graphic artist has adopted Platonic solids for his wonderful works of art. (P- 19, 20)

In our school syllabi, Platonic solids are taught only as a passing reference, and are usually found in the last



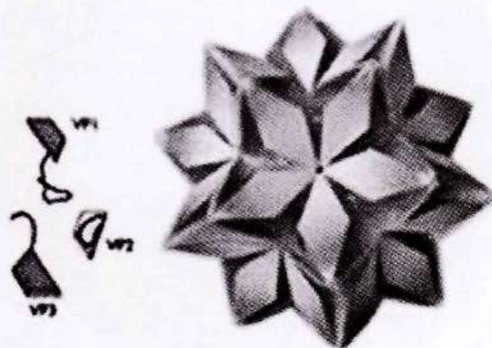
P- 14



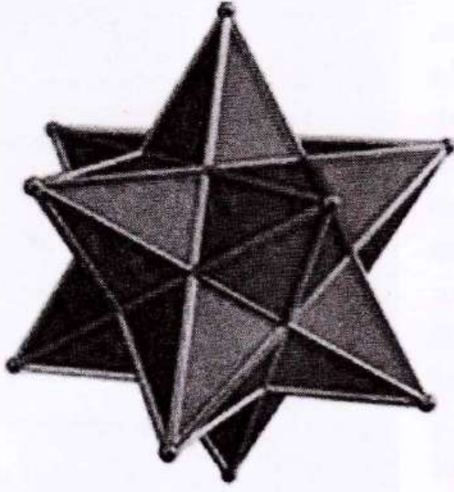
P- 15



P- 16



P- 17



P- 18



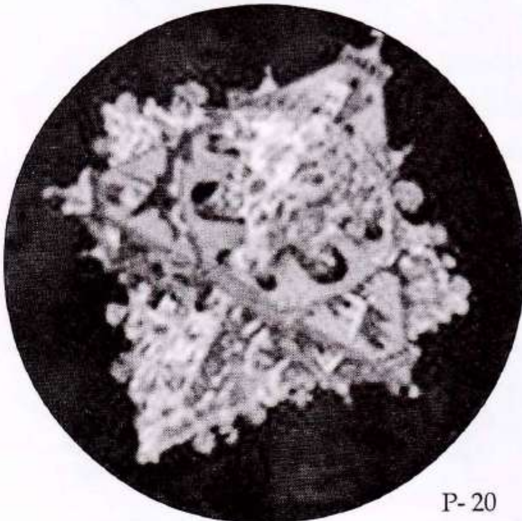
P- 19

chapters in maths text books. Many times these lessons are skipped. However, students must be prepared to answer questions on Platonic solids or graphs in the exams.

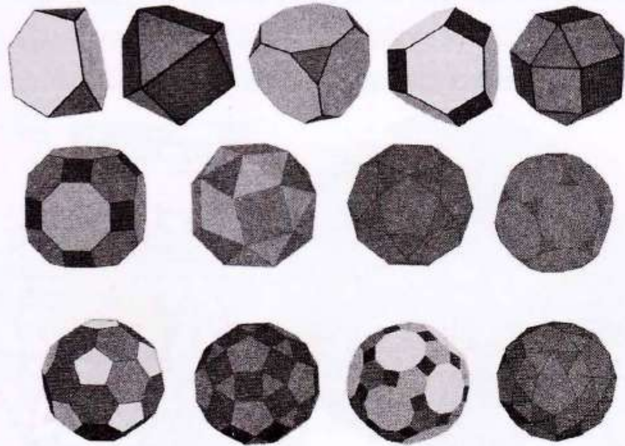
Explaining and teaching Platonic solids without actual models is difficult. Noting that none of the Platonic solids are available in the market, we have illustrated how to make Platonic solids using origami techniques. Origami is an art of paper folding. Each teacher can make the activity of Platonic solids with their children. For the first time an exclusive book on Platonic solids, which is useful for class rooms is being published. For this, there is no need to get special paper. A4 sized Photocopier paper will suffice. One side printed A4 computer paper can be reused.

More solids

Apart from Platonic solids, there is a large variety of solids. Archimedian

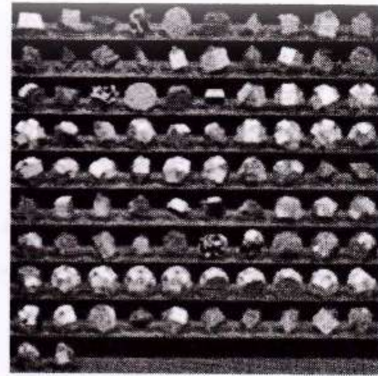


P- 20



P- 21

solids are distinct from Platonic solids. Platonic solid has a regular geometric polygon, all over the solid. Archimedian solids have different but regular polygons adjacent to each other. These solids tend to be more spherical in forms. Generally different regular polygons (adjacent) display coaxial symmetry, which means they occur 180° apart all over the surface. Archimedian solids are 13 in numbers. (P- 21)



P- 22

Johnson solids

In 1966, a mathematician Norman Johnson identified a new class of solids. These are 92 in numbers. The vertices of these solids can have different type of polygons. (P- 22)



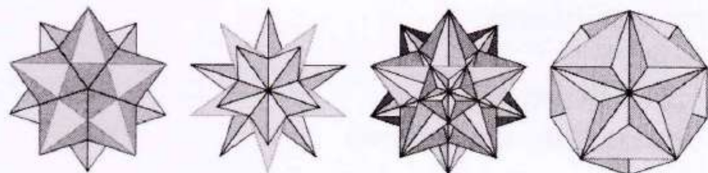
P- 23

Catalan solids

Eugene Catalan found these solids in 1865. The speciality about these solids is that, around one vertex one type polygons is arranged. All over, other polygons are filled up. There are only 13 Catalan solids. (P- 23)

Kepler's solids

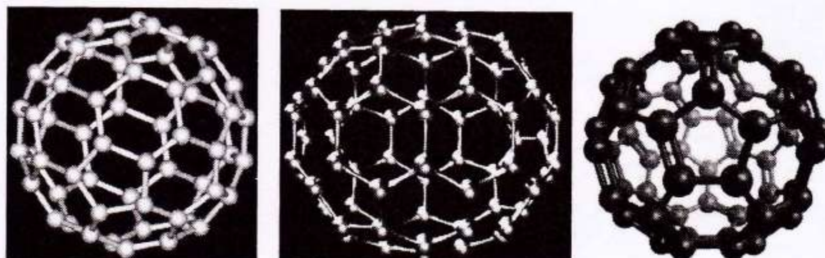
These solids have star shaped projections. (P- 24)



P- 24

Fulleriens

A sphere (hallowed inside) entirely surrounded by pentagons and hexagons of carbon atoms on its surface. Though such an allotrophic form was predicted earlier, it was prepared only in 1985. Richard Smalley, Robert Karl and their colleagues in Rice University who prepared it, named it after Buckminister Fuller. Fuller was an architect who used this design to errect gaint spherical structures. There are many types of Fullerines (P- 25).



P- 25

ನವಕರ್ನಾಟಕ ಪ್ರಕಟಣೆಗಳು

ಗಣಿತ

ವೇದಿಕ್ ಮ್ಯಾಥಮ್ಯಾಟಿಕ್ಸ್ ಮತ್ತು ವೇದಗಳಲ್ಲಿ ವಿಜ್ಞಾನ	*ಡಾ|| ಎಸ್. ಬಾಲಚಂದ್ರ ರಾವ್*
ಭಾರತೀಯ ಗಣಿತ ಮತ್ತು ಖಗೋಳ ವಿಜ್ಞಾನ	*ಡಾ|| ಎಸ್. ಬಾಲಚಂದ್ರ ರಾವ್*
ಭಾಸ್ಕರಾಚಾರ್ಯ ವಿರಚಿತ 'ಲೀಲಾವತೀ' - 108 ಆಯ್ದ ಲೆಕ್ಕಗಳು	*ಡಾ|| ಎಸ್. ಬಾಲಚಂದ್ರ ರಾವ್*
ವಿಶ್ವವಿಖ್ಯಾತ ಗಣಿತ-ಖಗೋಳ ವಿಜ್ಞಾನಿ ಆರ್ಯಭಟ ವಿರಚಿತ 'ಆರ್ಯಭಟೀಯಮ್'	*ಡಾ|| ಎಸ್. ಬಾಲಚಂದ್ರ ರಾವ್*
ಅಂಕಗಣಿತ (ಶೀಘ್ರ ಸ್ವಯಂಕಲಿಕಾ ಕೈಪಿಡಿ)	*ಟಿ. ಪಿ. ಲಿಂಗಪ್ಪ*
ಬೀಜಗಣಿತ (ಶೀಘ್ರ ಸ್ವಯಂಕಲಿಕಾ ಕೈಪಿಡಿ)	*ಟಿ. ಪಿ. ಲಿಂಗಪ್ಪ*
ರೇಖಾಗಣಿತ (ಶೀಘ್ರ ಸ್ವಯಂಕಲಿಕಾ ಕೈಪಿಡಿ)	*ಟಿ. ಪಿ. ಲಿಂಗಪ್ಪ*
ಚಮತ್ಕಾರದ ಗಣಿತ : 100 ಸಮಸ್ಯೆಗಳು - ಉತ್ತರಗಳು	*ಡಾ|| ಆನಂದ ದೇಶಪಾಂಡೆ*
ಮೋಜಿನ ಗಣಿತ	*ಯಾಕೊವ್ ಪೆರೆಲ್ಮನ್ (ಅನು : ಅಡ್ಡೂರು ಕೃಷ್ಣರಾವ್)*

ವಿಜ್ಞಾನ - ಸರಳ ಪರಿಚಯ

ಬೆಳಕು	*ಪ್ರೊ|| ಡಿ. ಆರ್. ಬಳೂರಗಿ*
ಬಲ ಮತ್ತು ಚಲನೆ	*ಪ್ರೊ|| ಡಿ. ಆರ್. ಬಳೂರಗಿ*
ಒತ್ತಡ	*ಪ್ರೊ|| ಡಿ. ಆರ್. ಬಳೂರಗಿ*
ಶಾಖ ಮತ್ತು ಶಬ್ದ	*ಪ್ರೊ|| ಡಿ. ಆರ್. ಬಳೂರಗಿ*
ಪರಮಾಣು ನ್ಯೂಕ್ಲಿಯಸ್	*ಪ್ರೊ|| ಡಿ. ಆರ್. ಬಳೂರಗಿ*
ವಿದ್ಯುತ್ತು, ಕಾಂತತ್ವ ಮತ್ತು ವಿದ್ಯುತ್ಕಾಂತತ್ವ	*ಪ್ರೊ|| ಡಿ. ಆರ್. ಬಳೂರಗಿ*
ವಿದ್ಯುನ್ಮಾನ ವಿದ್ಯಮಾನಗಳು	*ಎಸ್. ಕ್ಷಮಾ*
ಅಣು, ಪರಮಾಣು ಮತ್ತು ಸಂಯುಕ್ತಗಳು	*ಡಾ|| ಹೆಚ್. ರಾಮಚಂದ್ರ ಸ್ವಾಮಿ*
ಗಾಳಿ ಮತ್ತು ಅನಿಲಗಳು	*ಡಾ|| ಹೆಚ್. ರಾಮಚಂದ್ರ ಸ್ವಾಮಿ*
ಇಂಧನಗಳು	*ಡಾ|| ಹೆಚ್. ರಾಮಚಂದ್ರ ಸ್ವಾಮಿ*
ರಾಸಾಯನಿಕ ಧಾತುಗಳು	*ಪ್ರೊ|| ಆರ್. ವೇಣುಗೋಪಾಲ್, ಪ್ರೊ|| ಬಿ. ಎಸ್. ಜೈಪ್ರಕಾಶ್*
ಆಮ್ಲ, ಪ್ರತ್ಯಾಮ್ಲ ಮತ್ತು ಲವಣಗಳು	*ಪ್ರೊ|| ಆರ್. ವೇಣುಗೋಪಾಲ್, ಪ್ರೊ|| ಬಿ. ಎಸ್. ಜೈಪ್ರಕಾಶ್*
ಕಾರ್ಬನ್	*ಡಾ|| ಸರ್ವೋತ್ತಮ ವೈ. ಅಂಬೇಕರ*
ನೀರು	*ಡಾ|| ಎನ್. ಎಸ್. ಲೀಲಾ*
ಜೀವಿ ವೈವಿಧ್ಯ ಮತ್ತು ವಿಕಾಸ	*ಡಾ|| ಎನ್. ಎಸ್. ಲೀಲಾ*
ಜೀವಾವಾಸಗಳು : ನೆಲೆಸು - ಬೆಳೆಸು	*ಡಾ|| ಎನ್. ಎಸ್. ಲೀಲಾ*
ಪ್ರಜನನ	*ಡಾ|| ಎನ್. ಎಸ್. ಲೀಲಾ*
ಜೈವಿಕ ತಂತ್ರಜ್ಞಾನ	*ಡಾ|| ಎನ್. ಎಸ್. ಲೀಲಾ*
ಜೀವಕೋಶ ಮತ್ತು ಸೂಕ್ಷ್ಮಜೀವಿಗಳು	*ಡಾ|| ಪಿ. ಕೆ. ರಾಜಗೋಪಾಲ್*
ಸಸ್ಯಗಳು	*ಸುಮಂಗಲ ಎಸ್. ಮುಮ್ಮಿಗಟ್ಟಿ*
ಪ್ರಾಣಿಗಳು	*ಸುಮಂಗಲ ಎಸ್. ಮುಮ್ಮಿಗಟ್ಟಿ*
ಮಾನವ ದೇಹ	*ಡಾ|| ಸಿ. ಆರ್. ಚಂದ್ರಶೇಖರ್*
ರೋಗಗಳು ಮತ್ತು ಚಿಕಿತ್ಸೆ	*ಡಾ|| ಸಿ. ಆರ್. ಚಂದ್ರಶೇಖರ್*
ನಮ್ಮ ದಿನನಿತ್ಯದ ಆಹಾರ	*ಡಾ|| ನಾ. ಸೋಮೇಶ್ವರ*
ಜ್ಞಾನೇಂದ್ರಿಯಗಳು	*ಡಾ|| ನಾ. ಸೋಮೇಶ್ವರ*
ಪರಿಸರ ಅಧ್ಯಯನ	*ಡಾ|| ಎಚ್. ಆರ್. ಕೃಷ್ಣಮೂರ್ತಿ*
ನೈಸರ್ಗಿಕ ಸಂಪನ್ಮೂಲಗಳು	*ಡಾ|| ಎಚ್. ಆರ್. ಕೃಷ್ಣಮೂರ್ತಿ*
ಕೃಷಿ ವಿಜ್ಞಾನ	*ಡಾ|| ಜಿ. ಕೆ. ವೀರೇಶ್, ಅಡ್ಡೂರು ಕೃಷ್ಣರಾವ್*



ನೀವೇ ಮಾಡಿ - ಪ್ಲೇಟೋನ ಘನಾಕಾರಗಳು

'ಪ್ಲೇಟೋನ ಘನಾಕಾರಗಳು', ಹೈಸ್ಕೂಲಿನ 10ನೇ ತರಗತಿಯ ಗಣಿತ ಪಠ್ಯದ ಒಂದು ಭಾಗವಾಗಿದೆ. ಆದರೂ ಯಾವ ಶಾಲೆಯಲ್ಲೂ ಘನಾಕಾರಗಳ ಮಾದರಿಗಳು ಇಲ್ಲದ ಕೊರತೆಯನ್ನು ಕಂಡು ಈ ಪುಸ್ತಕವನ್ನು ರಚಿಸಲಾಗಿದೆ. ಒರಿಗಾಮಿ ಕಲೆಯ ಕಾಗದ ಮಡಿಕೆಯ ತಂತ್ರಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡಾಗ ಅತಿ ಸುಲಭವಾಗಿಯೂ ಆಕರ್ಷಕವಾಗಿಯೂ ಪ್ಲೇಟೋನ ಘನಾಕಾರಗಳನ್ನು ತಯಾರಿಸಿ ಅದರಲ್ಲಿನ ಗಣಿತವನ್ನು ವಿವರಿಸಬಹುದಾಗಿದೆ.

ಶ್ರೀ ವಿ. ಎಸ್. ಎಸ್. ಶಾಸ್ತ್ರಿಯವರು ಗಣಿತ ಸಂವಾಹಕರು ಮತ್ತು ನುರಿತ ಒರಿಗಾಮಿ ಕುಶಲಿಗಳಾಗಿದ್ದಾರೆ. ವಿಜ್ಞಾನ/ಗಣಿತ ಸಂವಹನೆಗಾಗಿ ಕರ್ನಾಟಕ ಸರ್ಕಾರದ ವಿಷನ್ ಅವಾರ್ಡ್ ಗಳಿಸಿದ್ದಾರೆ. ಗಣಿತ ಕಾರ್ಟೂನುಗಳ ಪುಸ್ತಕವೂ ಸೇರಿ ಮೂವತ್ತಕ್ಕೂ ಹೆಚ್ಚು ಹೊತ್ತಿಗೆಗಳನ್ನು ಬರೆದಿದ್ದಾರೆ. ಗಣಿತ, ಒರಿಗಾಮಿ, ಖಗೋಳ ಮಾದರಿಗಳ ರಚನೆಗಳ ಎಂಟು ನೂರಕ್ಕೂ ಹೆಚ್ಚು ಕಾರ್ಯಾಗಾರ ಗಳನ್ನು ಕಳೆದ 30 ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ದೇಶಾದ್ಯಂತ ನಡೆಸಿಕೊಟ್ಟಿದ್ದಾರೆ.



*   *   *

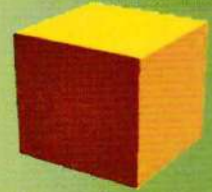
DO IT YOURSELF - PLATONIC SOLIDS



'Platonic Solids' is a part of the 10th Standard Maths Text. But, in none of the schools, the solid models are available for teaching. This book caters to this deficit. Using techniques of Origami, the Platonic Solids can be folded in paper and they look beautiful. Maths too can be taught in the same models.



Sri V. S. S. Sastry is a Maths communicator and Origami expert. He has received Vision Award from Government of Karnataka for Science/Maths Communication. He has authored more than 30 books including a book on maths cartoons. He has conducted more than 800 workshops on astronomy, maths and Origami model making during the last 30 years.





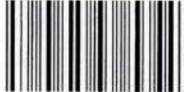
ISBN 81-8467-367-1





www.navakarnataka.com
facebook.com/navakarnataka

Code : 003906



₹ 65
ಗಣಿತ
(ಗ. ಸಂ. ಮಾಲಿ)

